

Informationen zur Klausur:

- * Hilfsmittel: Taschenrechner
Handbeschriebenes Blatt (DIN A4)**

- * Inhalt: Aufgaben zur Mechanik, Elektrodynamik, Optik**

2.2.4 Energietransport durch e.m. Wellen

Energiedichte der e.m. Welle: $w_{em} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (E^2 + c^2 B^2) = \epsilon_0 E^2$

$|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|$

Energie pro Zeit- und Flächeneinheit: $\tilde{I} = c \cdot w_{em} = c \epsilon_0 E^2$
(Intensität oder Energiestromdichte)

Intensität $\sim 1/r^2$: Strahlungsenergie durch geschlossene Kugeloberfläche ($\sim r^2$)
unabhängig vom gewählten Abstand (Energieerhaltung!).

Richtung des Energieflusses (Poynting-Vektor): $\vec{S} = (\vec{E} \times \vec{H}) = \epsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B}) \parallel \vec{k}$

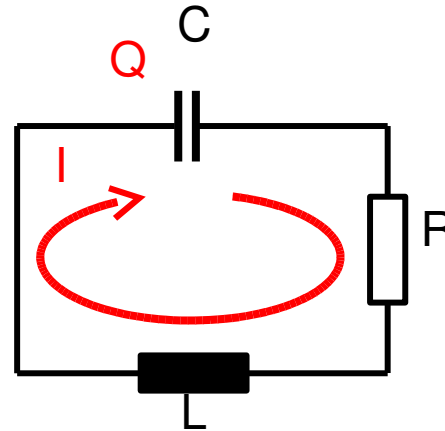
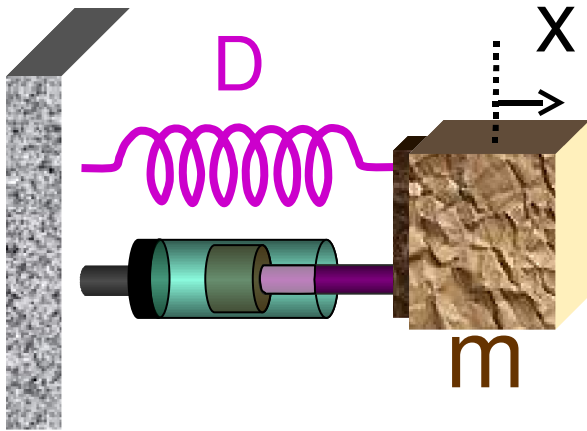
$$S = |\vec{S}| = \epsilon_0 c^2 |\vec{E}| |\vec{B}| = \epsilon_0 c |\vec{E}|^2 = \tilde{I}, \quad [S] = 1 \text{ W/m}^2$$

Energiefluß => Impulsfluß => Strahlungsdruck (Bsp.: Kometenschweif)

2.2.5 Schwingkreise

a) Freie (gedämpfte) Schwingung:

$$\frac{Q}{C} + RI + L\dot{I} = 0 \Leftrightarrow \frac{Q}{C} + R\dot{Q} + L\ddot{Q} = 0$$



Übersetzung Mechanik

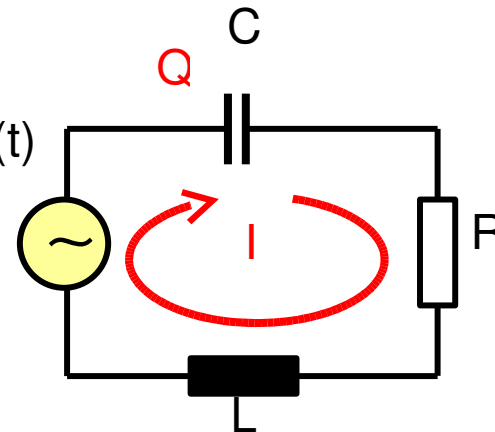
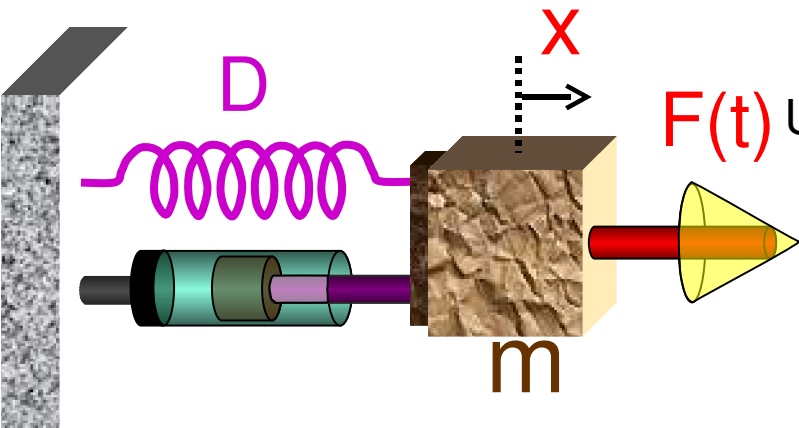
↔ Elektrodynamik

$x \leftrightarrow Q$ $m \leftrightarrow L$

$\gamma \leftrightarrow R$ $D \leftrightarrow C^{-1}$

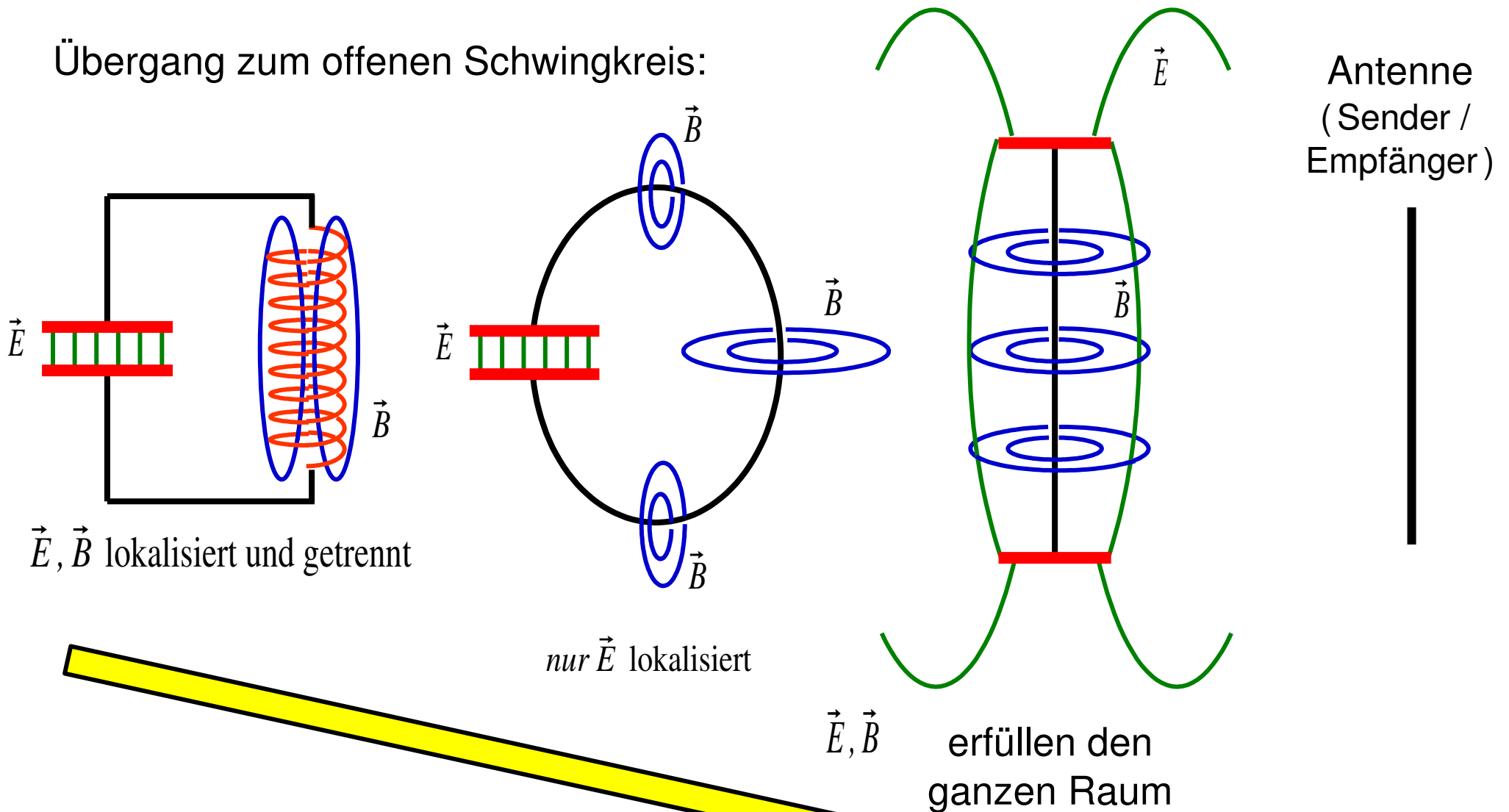
b) Erzwungene Schwingung:

$$\frac{Q}{C} + R\dot{Q} + L\ddot{Q} = U_0 \cos \omega t$$



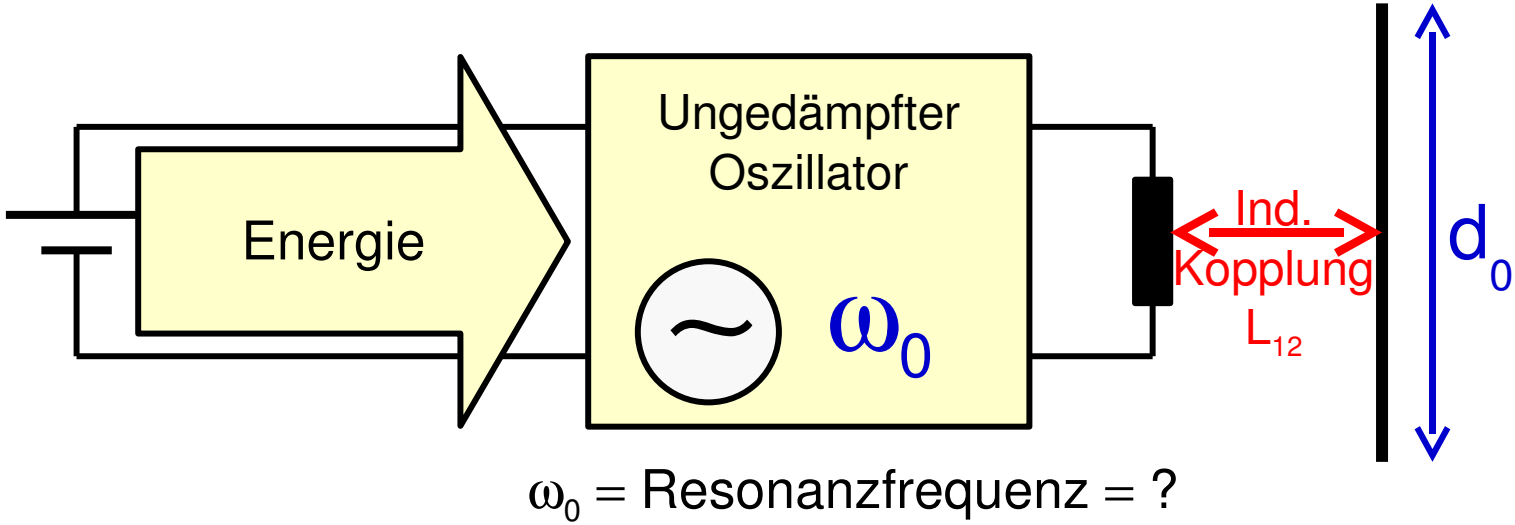
2.2.6 Hertzscher Dipol

Übergang zum offenen Schwingkreis:



- Eigendynamik der Felder wird wichtig
- Abstrahlung elektromagnetischer Wellen
- Dämpfung: Ohm'scher Widerstand + Abstrahlung

Sender mit induktiver Energieeinspeisung:



$$\vec{p}_0 \cos \omega_0 t = Q \vec{d}_0 \cos \omega_0 t$$

$\mu_0 \vec{j}$ \Rightarrow Dynamik des Stromflusses (Quasistatik) \Rightarrow

Nahfelder: $\vec{E}, \vec{B} \propto \frac{1}{r^3}$

E- und B-Feld 90° phasenverschoben

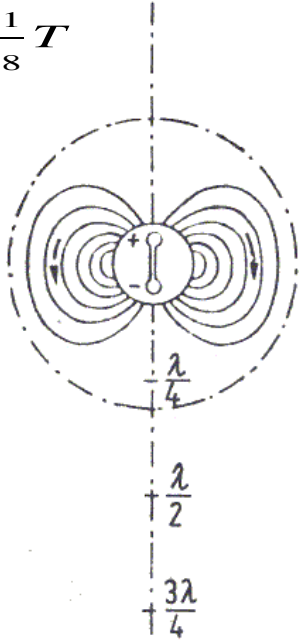
$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ \Rightarrow Eigendynamik der Felder \Rightarrow

Fernfelder: $\vec{E}, \vec{B} \propto \frac{1}{r}$

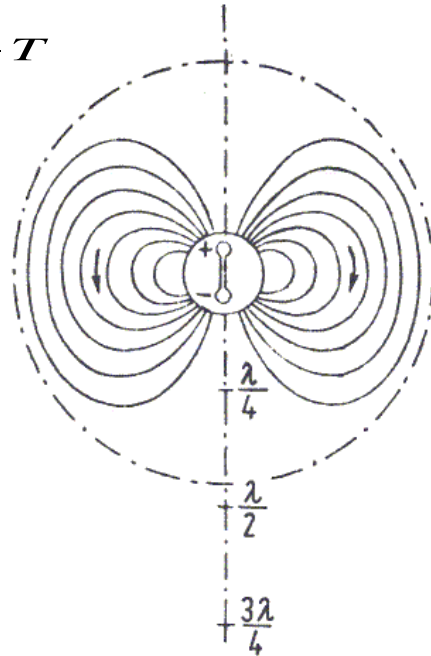
E- und B-Feld phasengleich dominant für $r \gg d_0$

Zeitentwicklung des E-Feldes

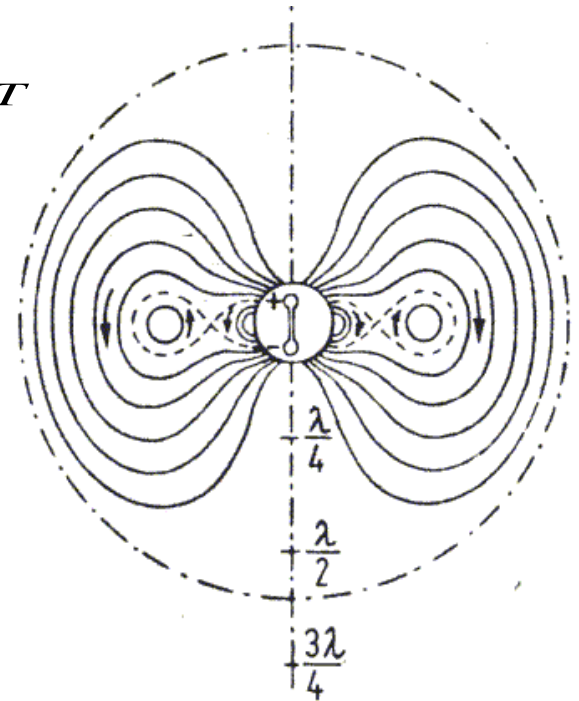
$$t = \frac{1}{8} T$$



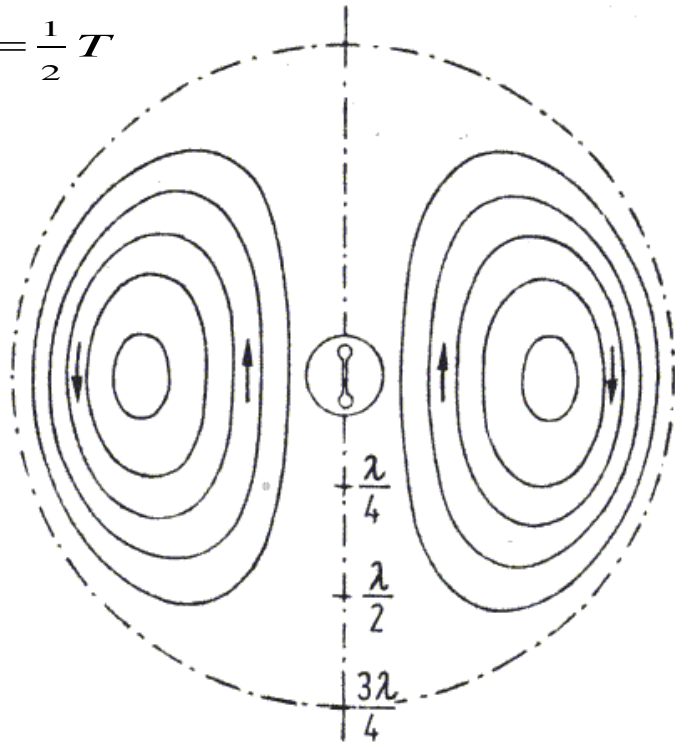
$$t = \frac{1}{4} T$$



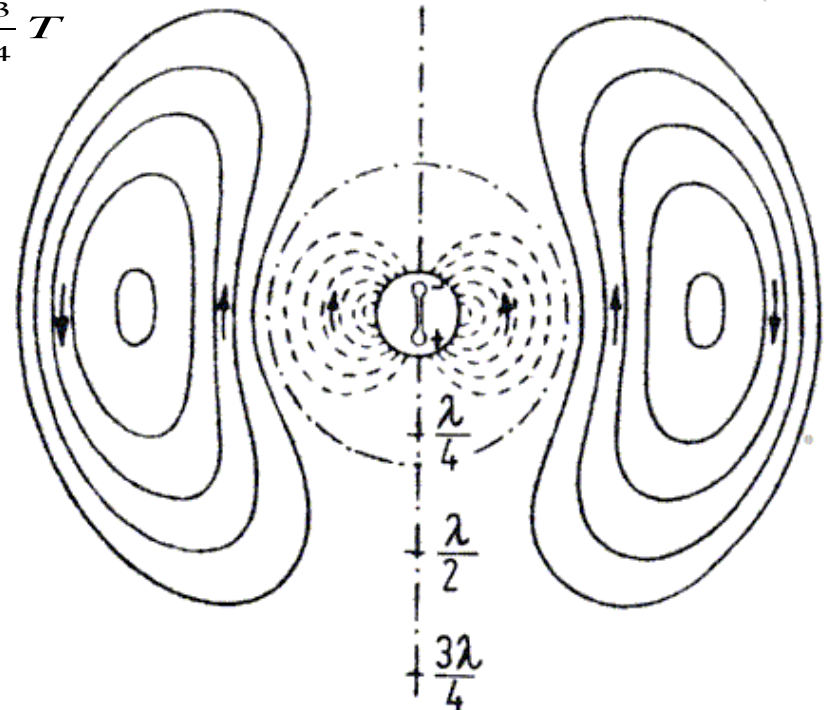
$$t = \frac{3}{8} T$$



$$t = \frac{1}{2} T$$

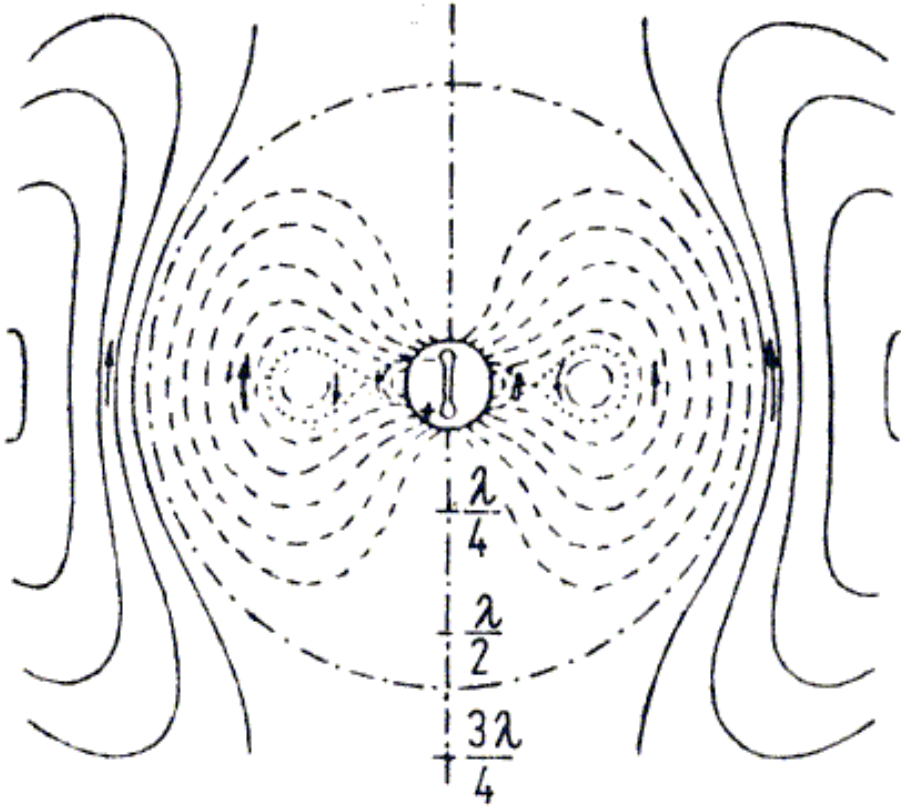


$$t = \frac{3}{4} T$$

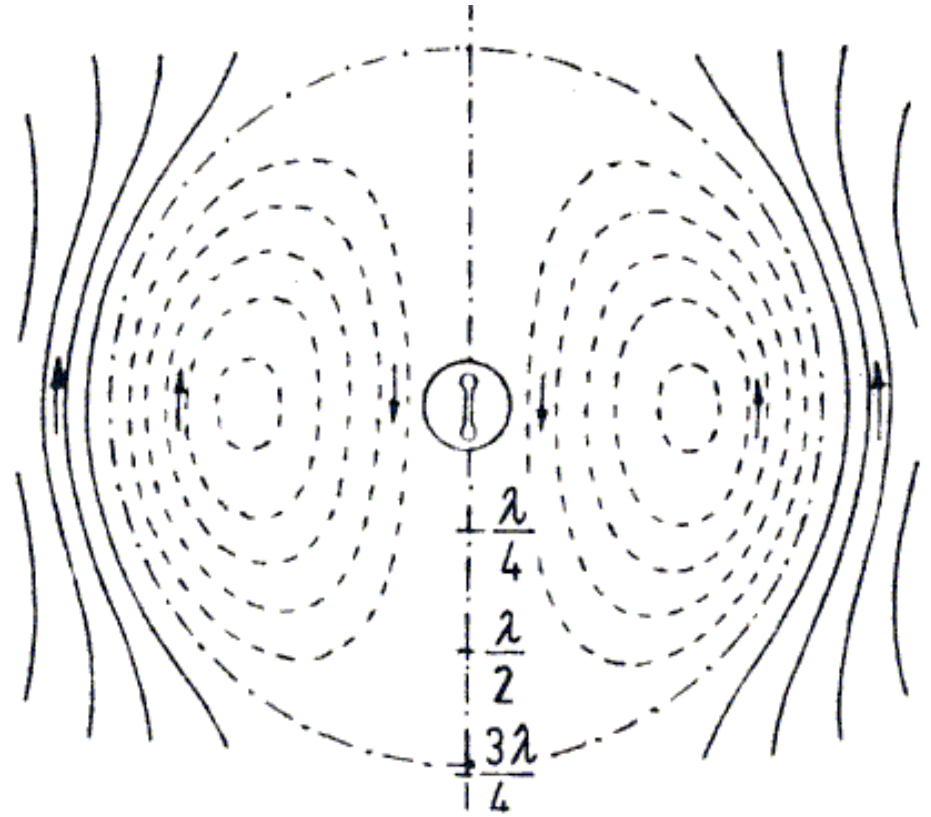


Zeitentwicklung des E-Feldes

$$t = \frac{7}{8} T$$



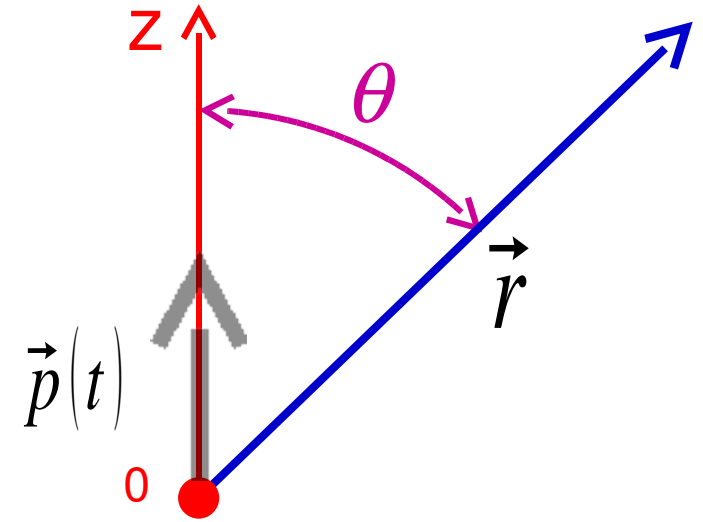
$$t = T$$



Qualitative Eigenschaften der Fernfelder:

➤ $|\vec{B}| \propto \sin \theta$

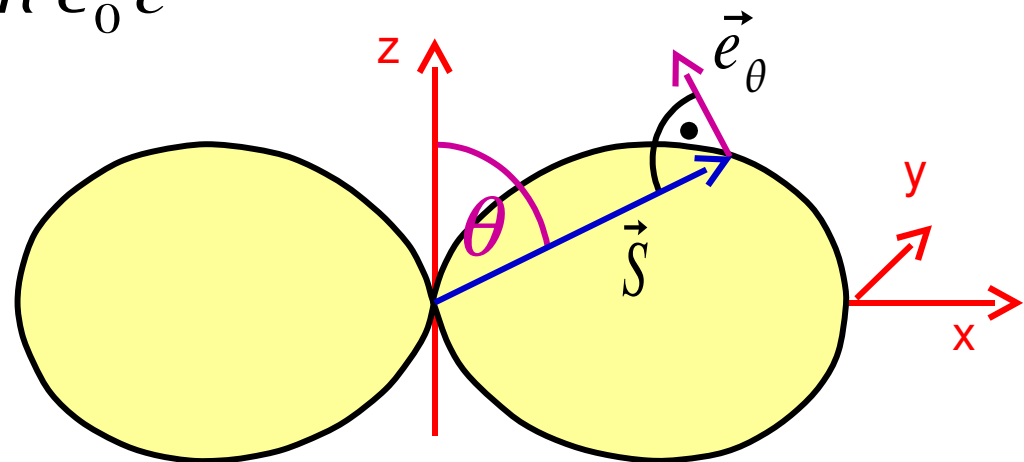
➤ $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{r}$, $|\vec{E}| \propto \sin \theta$



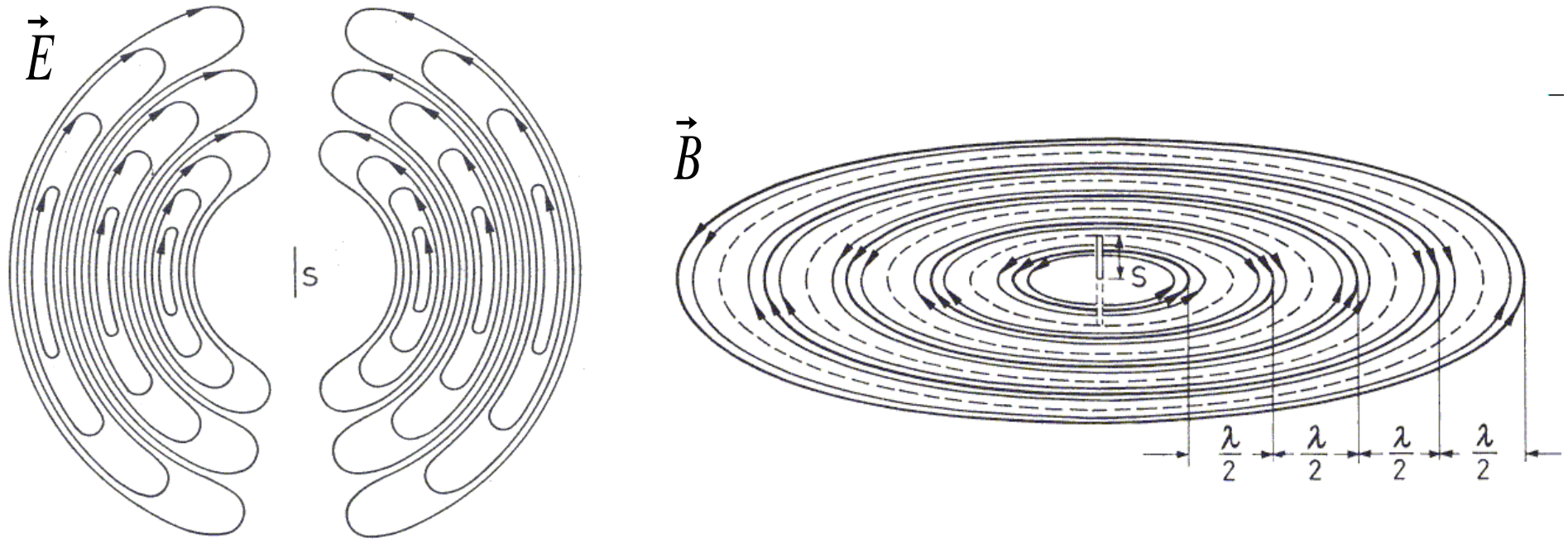
➤ mittlere Energiestromdichte $\bar{S}(\theta, \phi) = \bar{S}(\theta) = \frac{p_0^2 \omega^4}{16 \pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$

➤ mittlere abgestrahlte Leistung $\bar{P} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12 \pi \epsilon_0 c^3}$

➤ Abstrahlcharakteristik



Strahlung in großem Abstand von der Sendeantenne, $r \gg d$:

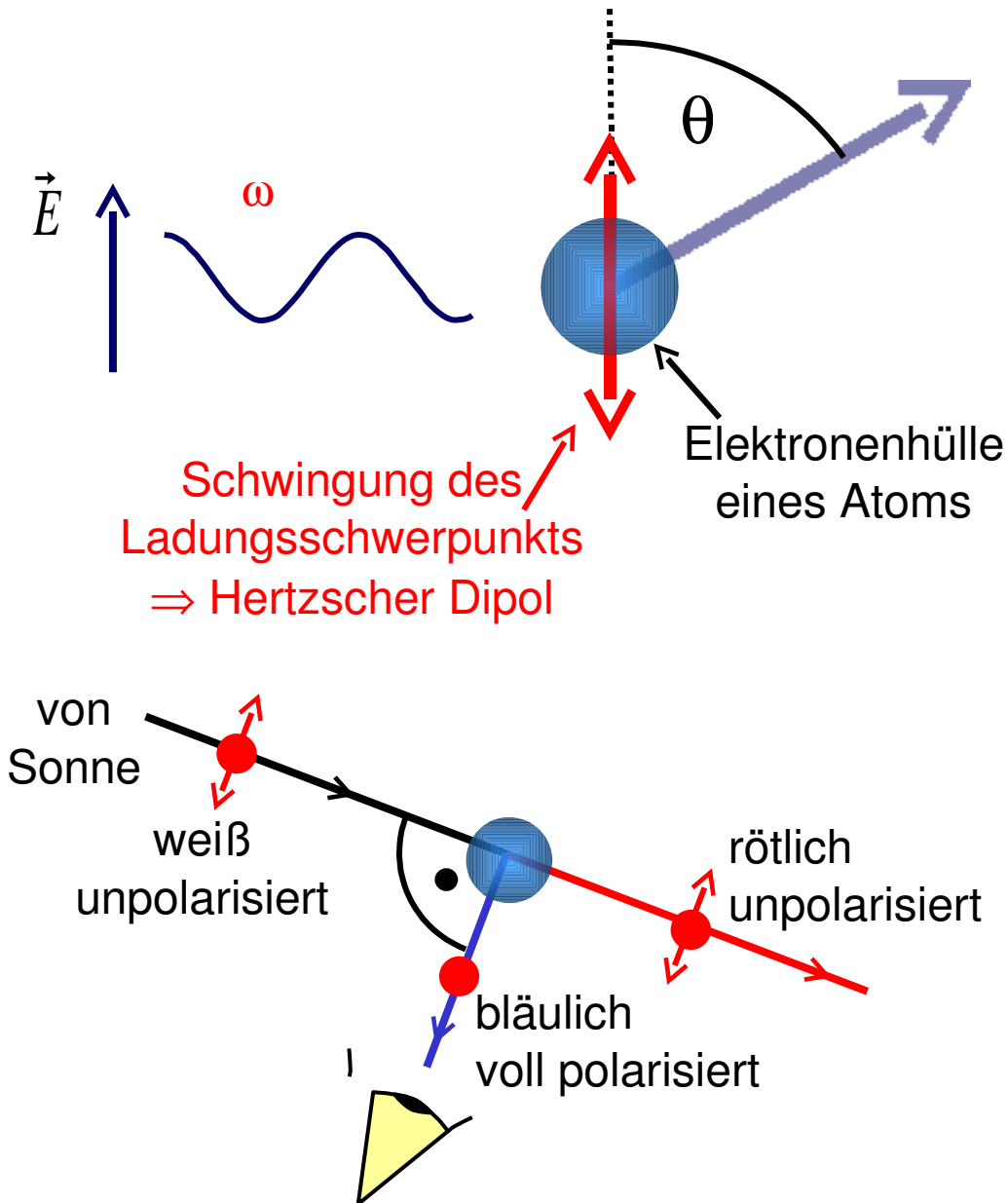


Krümmung der Phasenflächen zu vernachlässigen \Rightarrow Ebene Wellen, Polarisation $\parallel \vec{e}_\theta$

Jede beschleunigte Ladung strahlt elektromagnetische Wellen ab!!!

Beispiel: Himmelsblau

Streuung von Sonnenlicht an Stickstoff- und Sauerstoff-Atomen der Atmosphäre



Strahlungsintensität des Hertzschen Dipols

$$\tilde{I}(\theta) \propto \omega^4 \cdot \sin^2 \theta$$

- Blau wird viel stärker gestreut als Rot \rightarrow blauer Himmel
- Streuung azimuthal symmetrisch
- Keine Streuung entlang der Dipolachse \rightarrow keine Streuung entlang des E-Vektors des einfallenden Strahls

Polfilter-Anwendung in Fotografie:

- Abdunklung vom Himmelsblau, dramatische Stimmung
- Veränderung des Farbkontrasts

Energie einer Masse, die harmonisch schwingt: $\bar{W} = \frac{1}{2} m \omega^2 d_0^2$

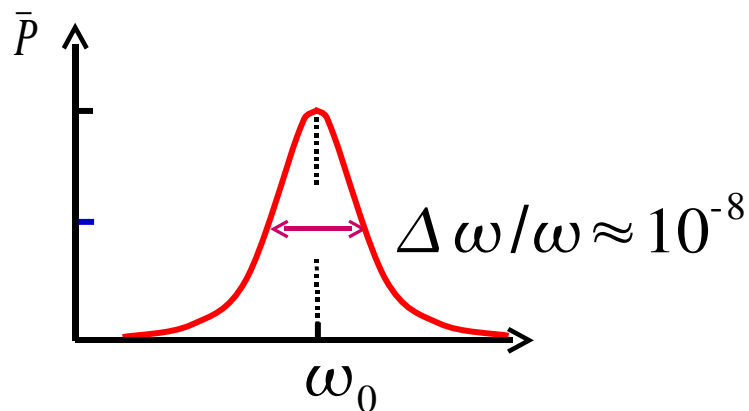
Relative Energieabnahme beim Hertz'schen Dipol durch Abstrahlung:

$$\frac{d\bar{W}/dt}{\bar{W}} = \frac{q^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 m c^3} = -\gamma \Rightarrow \bar{W}(t) = \bar{W}_0 e^{-\gamma t}$$

Bsp.: Abstrahlung eines angeregten Atoms (Modell: gedämpfter Oszillator)

$$m = m_e, q = -e, \lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow \gamma = 9 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \Rightarrow \tau = 1.1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Resonanzfluoreszenz:



$$\bar{P}(\omega) = \frac{q^4 \omega^4 E_0^2}{12\pi \epsilon_0 m^2 c^3} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

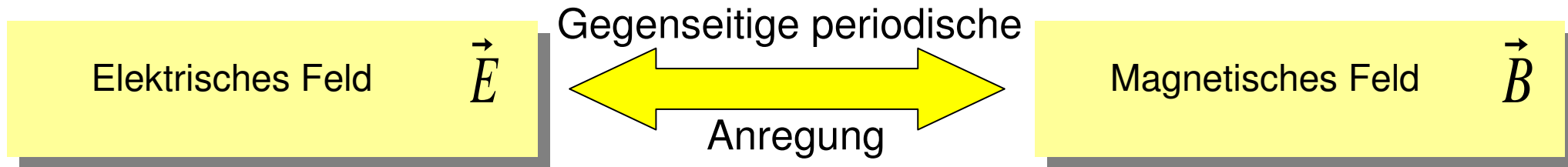
Frequenz des
gedämpften
harmonischen
Oszillators

eingestrahlt
Frequenz

3. Geometrische Optik

3.1 Grundlagen

Licht = elektromagnetische Welle (\leftrightarrow Elektrodynamik)



Def.: $\frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} = \text{Polarisationsrichtung}$

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

- Ausbreitungsrichtung im Vakuum: $\vec{k} \propto \vec{E} \times \vec{B}$
- Vakuum-Dispersionsrelation: $\omega = c \cdot |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Vakuum-Lichtgeschwindigkeit: $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$
- Im isotropen Medium: $c \rightarrow c/n$ $\lambda \rightarrow \lambda/n$

Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon \mu}$

nicht-ferromagnetische
Stoffe: $\mu \approx 1$

Näherung (geometrische Optik) → Lichtstrahlen

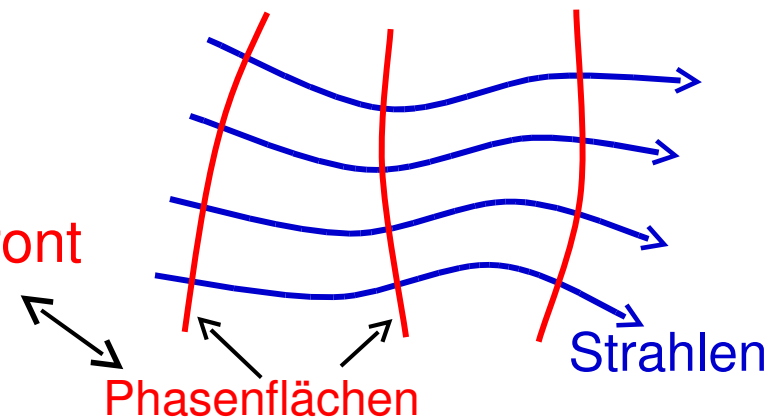
Wellenlänge $\lambda \ll$ Objektgrößen (Blenden, Löcher, ...)

⇒ Wellennatur unerheblich (Beugung, Interferenz unwichtig)

⇒ nur Ausbreitungsrichtung und ggf. Polarisation relevant

Def.: Lichtstrahl = Ausbreitungsrichtung

Isotrope Medien → Normale \vec{k} auf Wellenfront

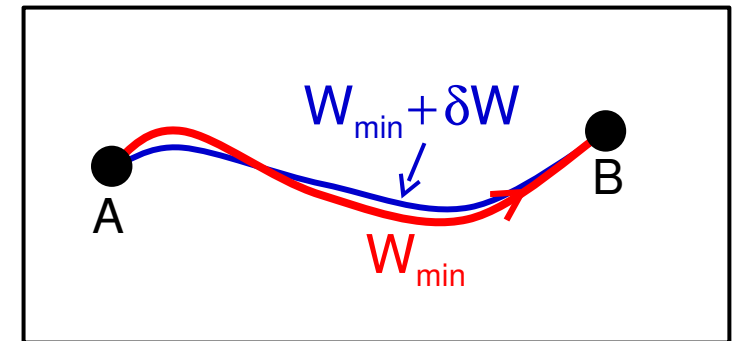


Def.: Strahlenbündel = durch Blenden (Aperturen) berandete Lichtwelle

Lichtstrahlen in isotropen, **inhomogenen** Medien

Fermatsches Prinzip: Lichtstrahlen zwischen zwei Punkten A und B durchlaufen Wege **kürzester Zeit** (bzgl. benachbarter Wege)

$$v = \frac{c}{n} = \frac{ds}{dt} \Rightarrow dt = \frac{n}{c} ds$$
$$\Rightarrow t = \frac{1}{c} \int_A^B n(s) ds$$



Fermatsches Prinzip: $L = \int_A^B n(s) ds = \text{Extremum}$

Folgerung: Lichtwege sind umkehrbar.

Spezialfall: Ausbreitung im **homogenen** Medium, $n = \text{const.}$

$$L = \int_A^B n \, ds = n \cdot \text{Weglänge}$$

minimal \Leftrightarrow **kürzeste** Verbingung von A und B

Lichtstrahlen breiten sich im homogenen Medium geradlinig aus

Beispiel für inhomogenes optisches Medium:

