

Näherung ( geometrische Optik ) → Lichtstrahlen

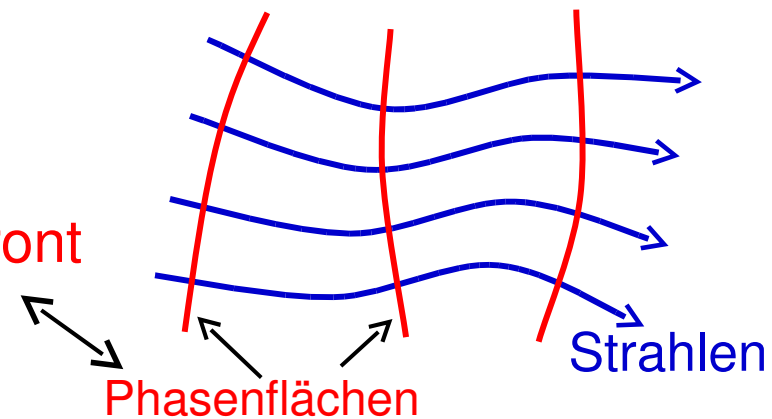
Wellenlänge  $\lambda \ll$  Objektgrößen ( Blenden, Löcher, ... )

⇒ Wellennatur unerheblich ( Beugung, Interferenz unwichtig )

⇒ nur Ausbreitungsrichtung und ggf. Polarisation relevant

Def.: Lichtstrahl = Ausbreitungsrichtung

Isotrope Medien → Normale  $\vec{k}$  auf Wellenfront

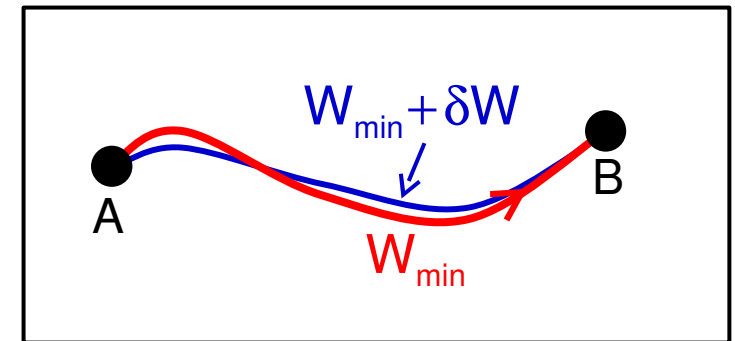


Def.: Strahlenbündel = durch Blenden (Aperturen) berandete Lichtwelle

# Lichtstrahlen in isotropen, **inhomogenen** Medien

**Fermatsches Prinzip:** Lichtstrahlen zwischen zwei Punkten A und B durchlaufen Wege **kürzester Zeit** (bzgl. benachbarter Wege)

$$v = \frac{c}{n} = \frac{ds}{dt} \Rightarrow dt = \frac{n}{c} ds$$
$$\Rightarrow t = \frac{1}{c} \int_A^B n(s) ds$$



Fermatsches Prinzip:  $L = \int_A^B n(s) ds = \text{Extremum}$

Folgerung: Lichtwege sind umkehrbar.

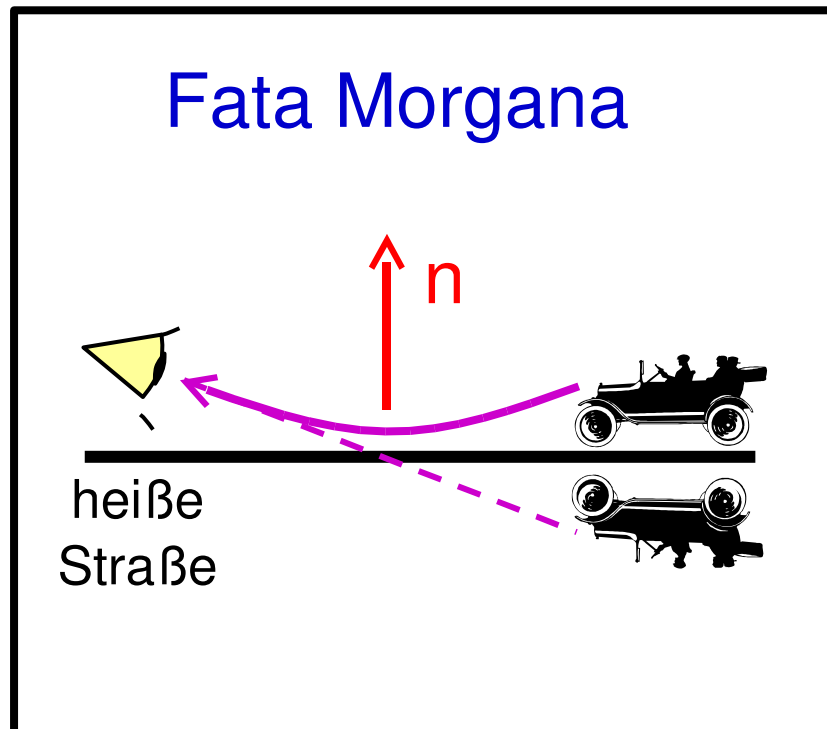
Spezialfall: Ausbreitung im **homogenen** Medium,  $n = \text{const.}$

$$L = \int_A^B n \, ds = n \cdot \text{Weglänge}$$

minimal  $\Leftrightarrow$  **kürzeste** Verbindung von A und B

Lichtstrahlen breiten sich im homogenen Medium geradlinig aus

Beispiel für inhomogenes optisches Medium:



# 2. Reflexion und Brechung

## 2.1. Reflexion

$$L = n_1 \cdot \left( \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + y_0^2 + z_1^2} + \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + y_0^2 + z_2^2} \right)$$
$$\frac{\partial L}{\partial y_0} = 0 \Rightarrow y_0 = 0$$

$\Rightarrow$  Strahlebene  $\perp$  Grenzfläche

Tafelrechnung  $\Rightarrow$

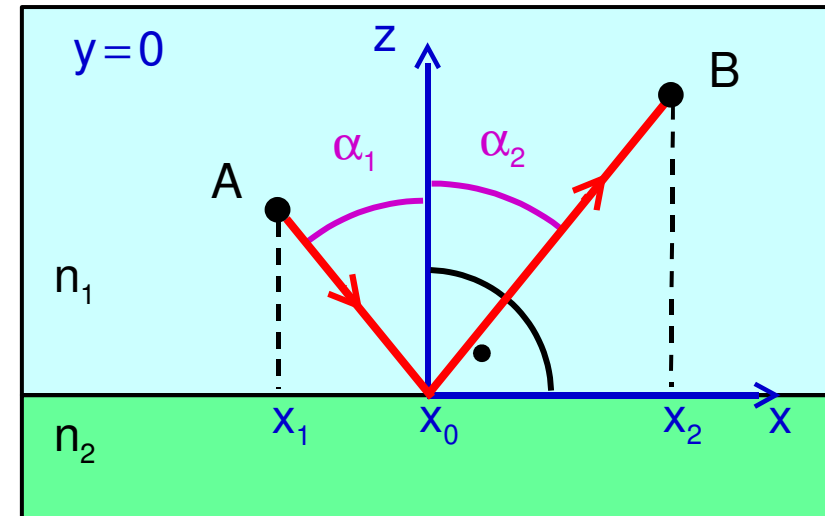
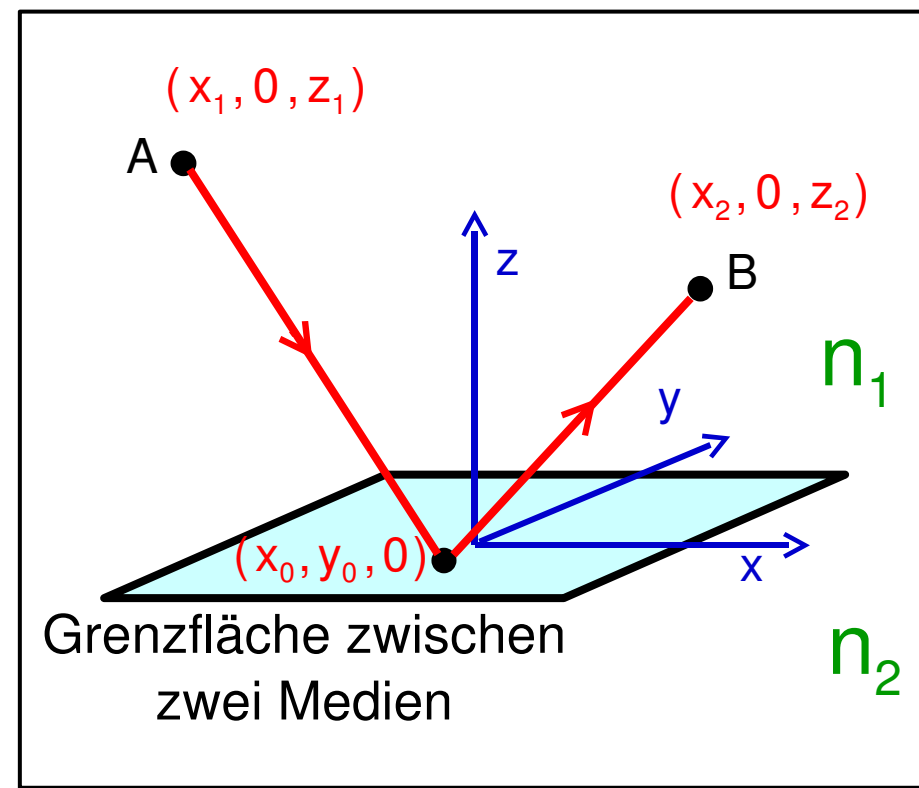
$$0 = \frac{\partial L}{\partial x_0} = n_1 \cdot (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

Reflexionsgesetz

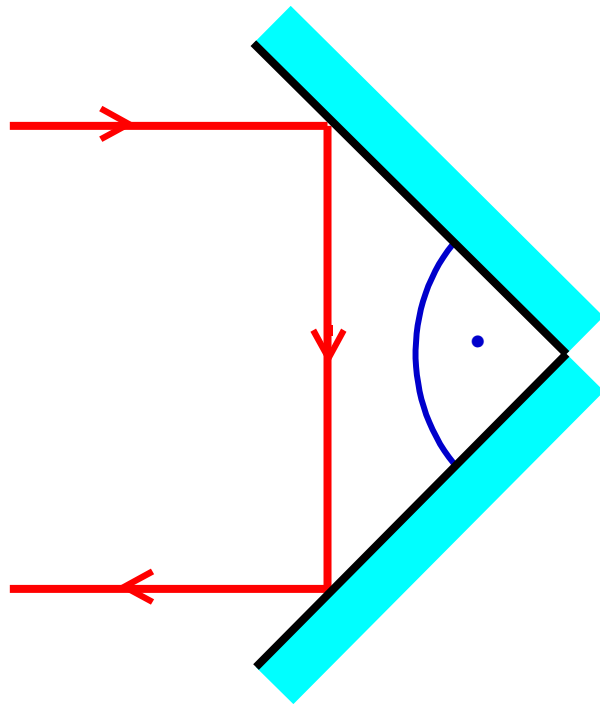
$\Rightarrow$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

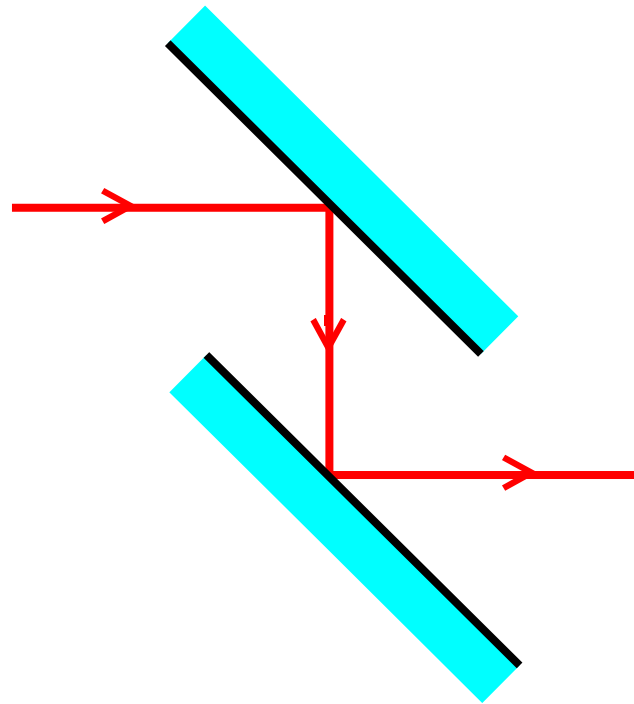
( Einfallswinkel = Ausfallswinkel )



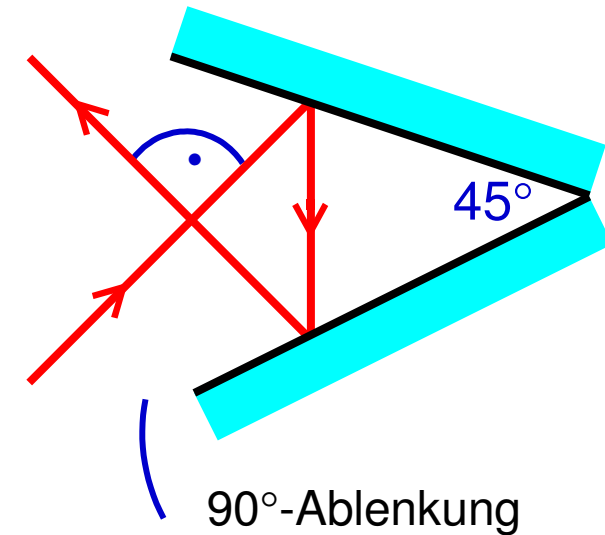
Anwendungen: Lichtumlenkung durch Winkelspiegel  
(Umlenkwinkel unabhängig von Orientierung der Spiegelsysteme)



Umkehr



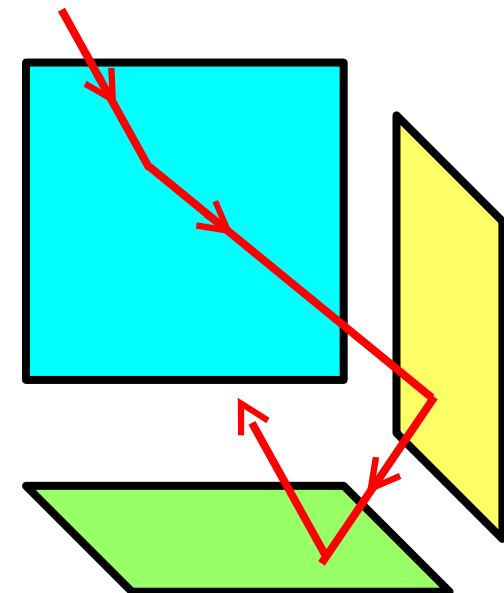
Parallelverschiebung



90°-Ablenkung

Passive Lichtumkehr ( 3-D )

- Katzenauge ( Verkehrsschilder,... )
- ...



## 2.2. Brechung

analog zur Reflexion  $\Rightarrow$   
Strahlebene  $\perp$  Grenzfläche

$$L = n_1 \cdot \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + z_1^2} \\ + n_2 \cdot \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + z_2^2}$$

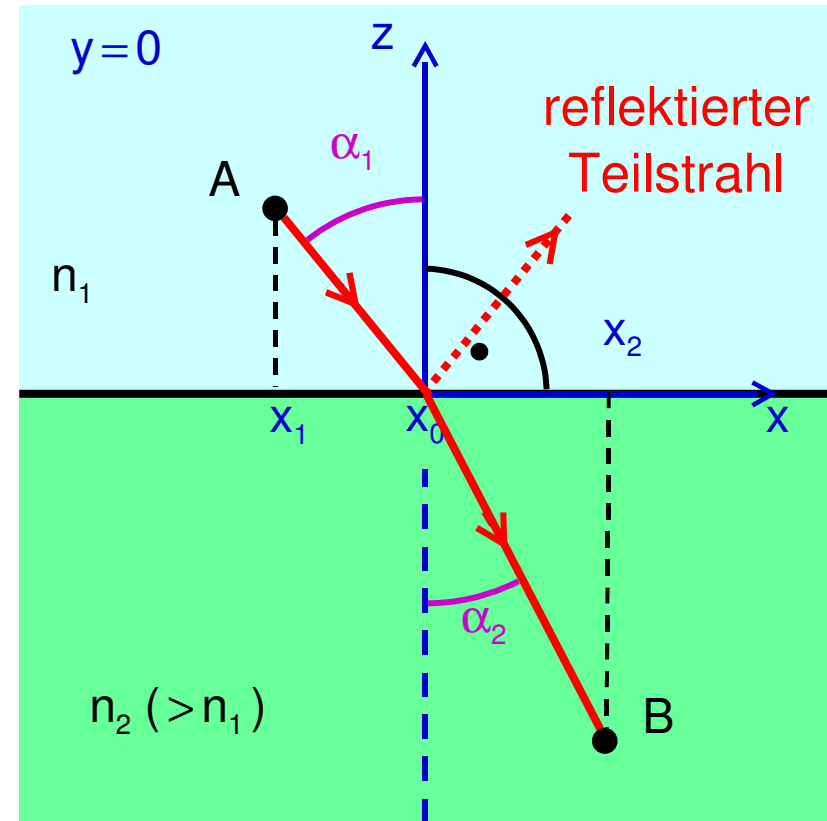
Tafelrechnung  $\Rightarrow$

$$0 = \frac{\partial L}{\partial x_0} = n_1 \sin \alpha_1 - n_2 \sin \alpha_2$$

$\Rightarrow$

Brechungsgesetz ( Snellius )

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$



# Anwendung: Totalreflexion

( beim Übergang vom dichteren ins dünnere Medium )

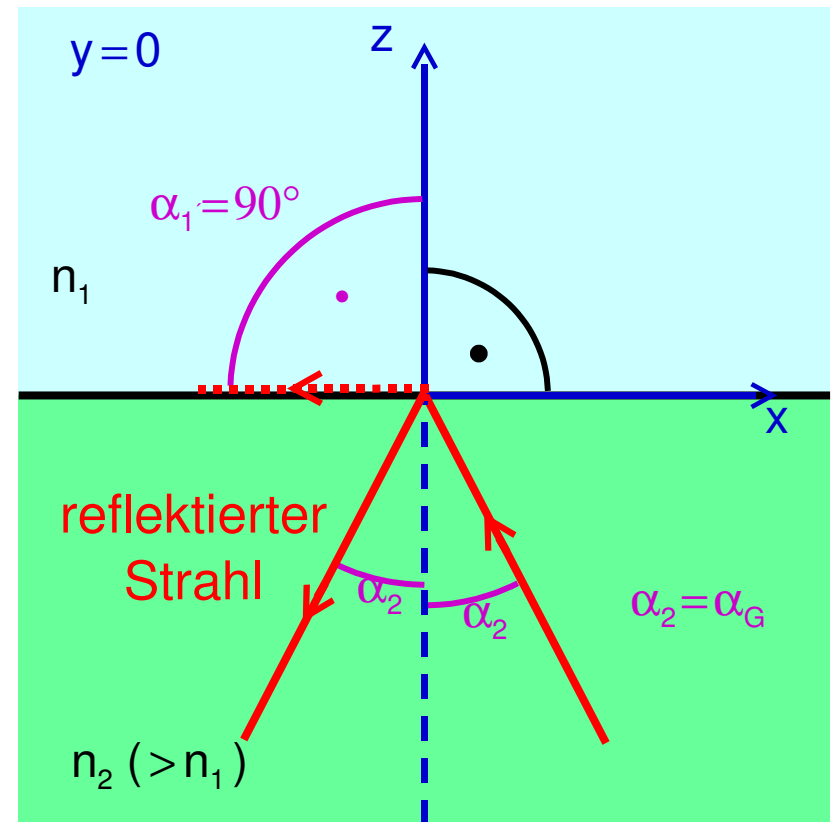
$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Grenzwinkel  $\alpha_2 = \alpha_G$  bei

$$\sin \alpha_1 = 1 \Leftrightarrow \alpha_1 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_G = \frac{n_1}{n_2}$$

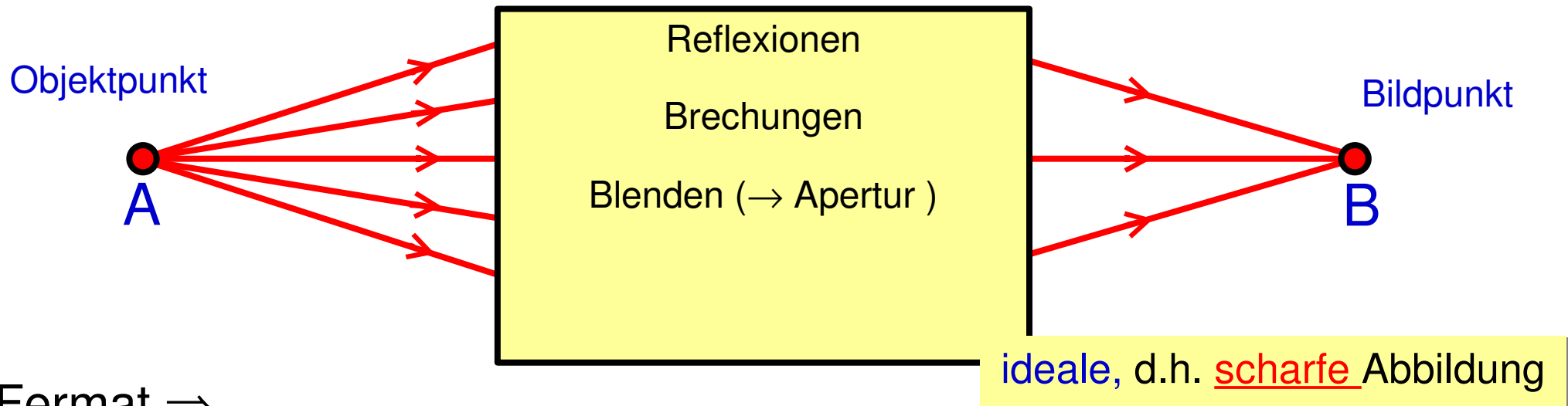
Einfallswinkel  $> \alpha_G \Rightarrow$  **Totalreflexion**



Beispiel: Luft  $\rightarrow n_1 \approx 1$   
Wasser  $\rightarrow n_2 \approx 1,33$

$$\Rightarrow \alpha_G \approx 49^\circ$$

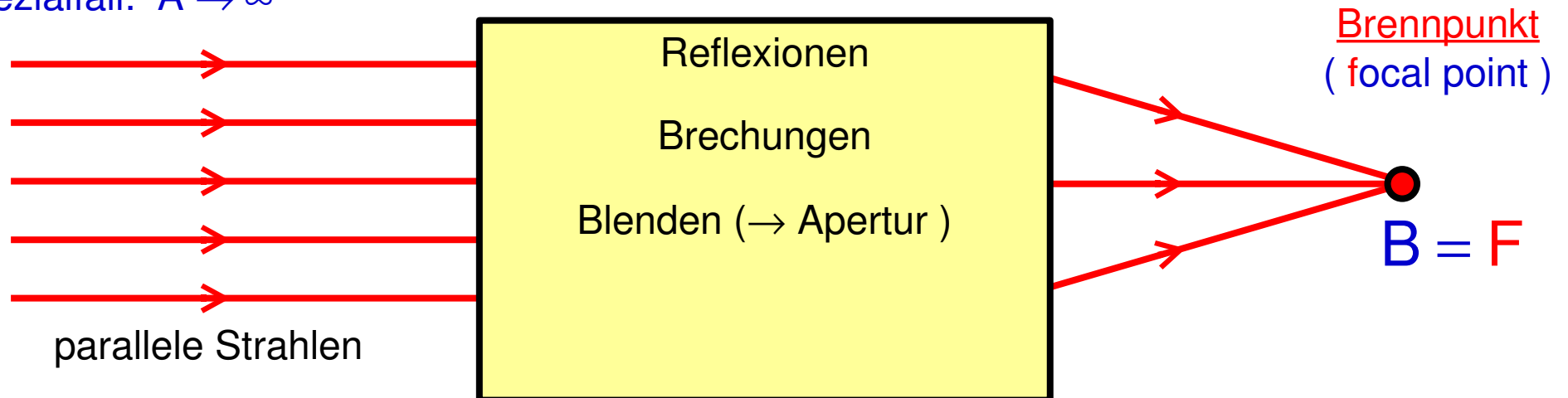
# 3. Die optische Abbildung



Fermat  $\Rightarrow$

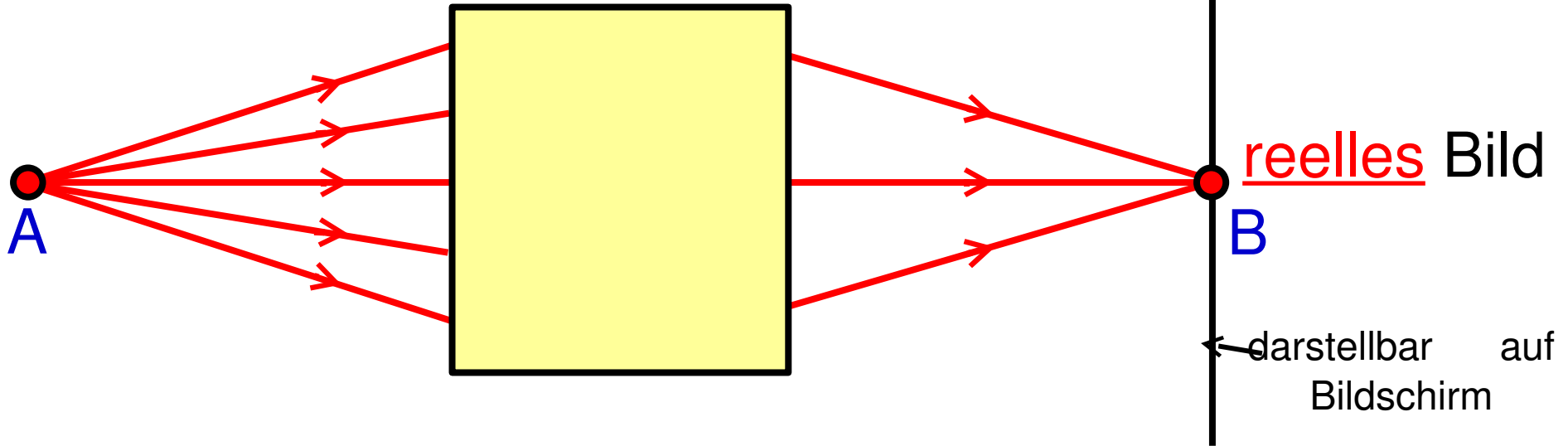
- a) alle Strahlen ( $A \rightarrow B$ ) haben gleiche Laufzeit  $\leftrightarrow$  sind isochron
- b) Objekt- und Bildpunkt sind austauschbar (Lichtweg umkehrbar)

Spezialfall:  $A \rightarrow \infty$

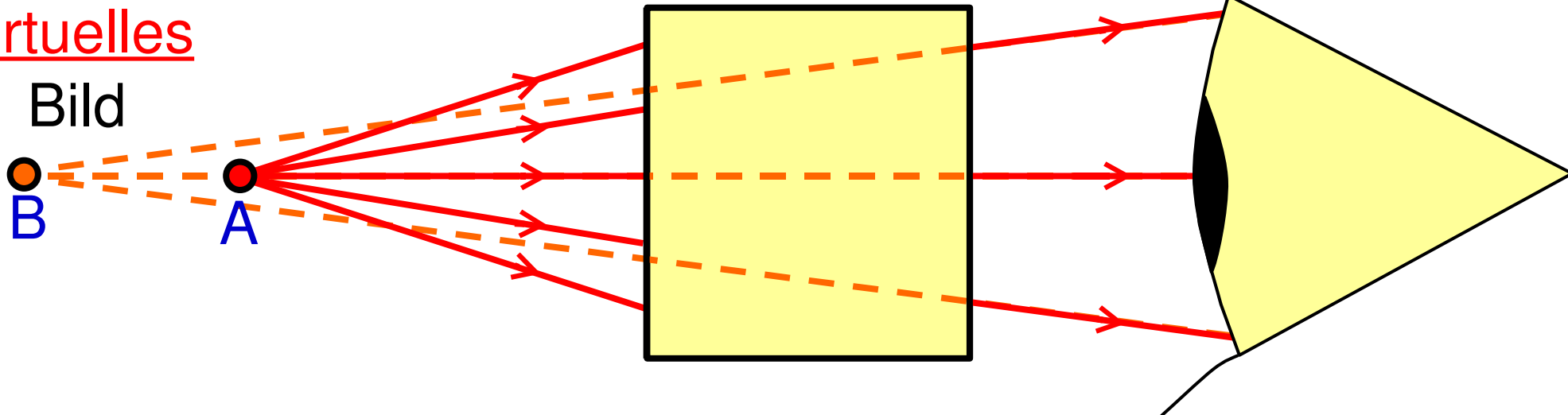




Fallunterscheidung:



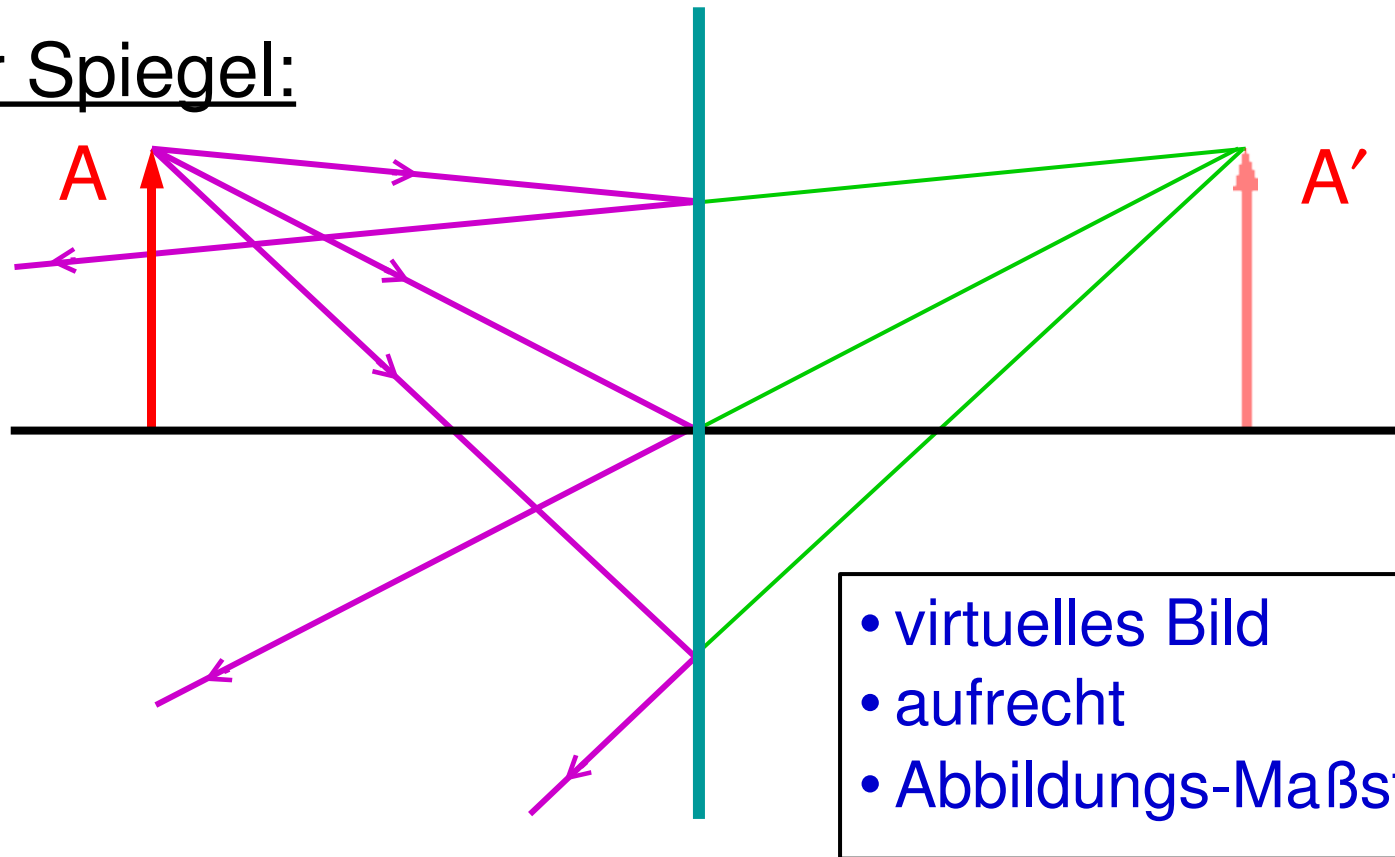
virtuelles  
Bild



nur darstellbar mit zweitem  
abbildenden System ( z.B. Auge )

## Beispiele:

### a) Ebener Spiegel:



Der ebene Spiegel ist das einzige optische System, dass jeden Raumpunkt  $P$  ideal in einen Raumpunkt  $P'$  abbildet.

### Spezialfall:

**Kugelspiegel**  $\Rightarrow$  Selbstabbildung des Mittelpunkts

## 4. Elementare optische Bausteine

### 4.1. Hohlspiegel

#### a) Achsparallele Strahlen:

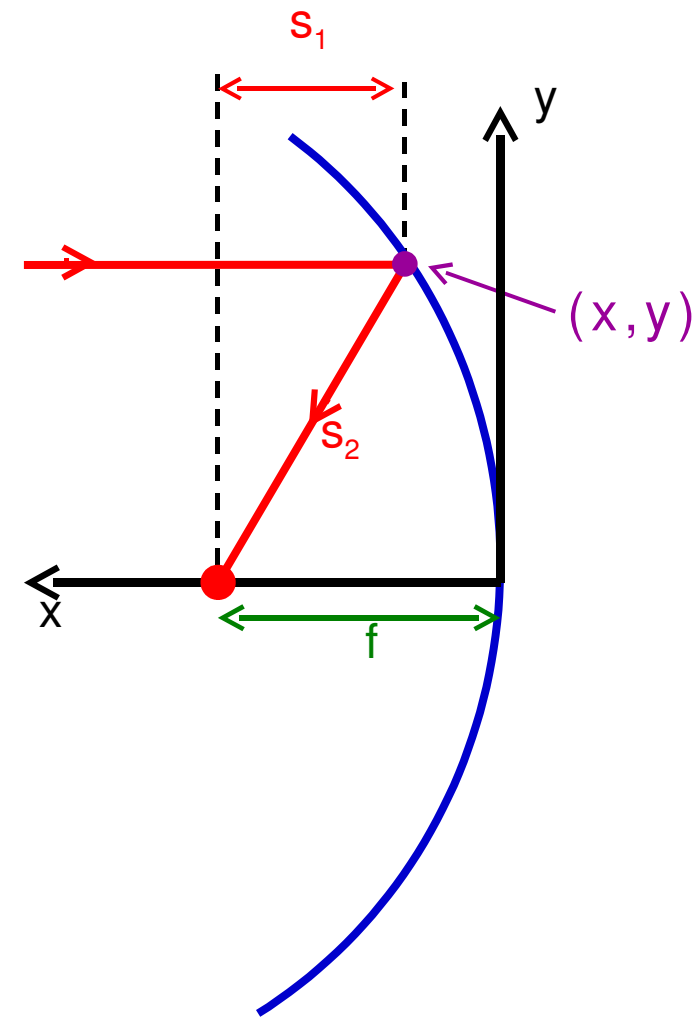
Fermat  $\Rightarrow$

$$L = 2f = s_1 + s_2 = f - x + \sqrt{(f - x)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow y^2 = 4fx$$

Parabolspiegel

z.B. für Astronomie,  
Autoscheinwerfer etc.



#### Bemerkung:

- $x(y)$  nur für diesen **einen** (achsparallelen) Strahlengang korrekt  
→ sonst **Abbildungsfehler**
- Vereinfachte Herstellung: **sphärische** Hohlspiegel  
→ gute Näherung für **achsnahe** Strahlen

# Sphärische Hohlspiegel:

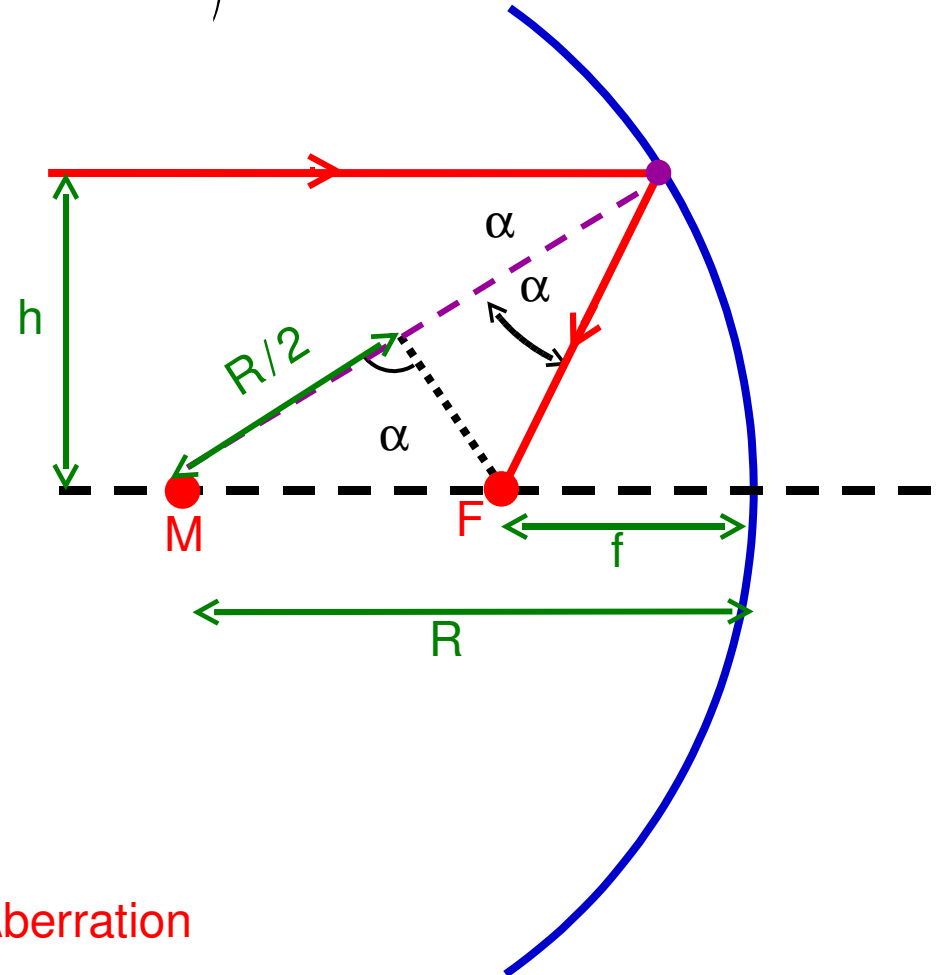
$$\overline{FM} = \frac{R/2}{\cos \alpha} \Rightarrow f = R - \overline{FM} = R \left( 1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} \right)$$

achsnahe Strahlen:

$$h \ll R \Rightarrow \alpha \ll 1, \cos \alpha \approx 1$$

Brennweite des  
Hohlspiegels

$$f = \frac{R}{2}$$



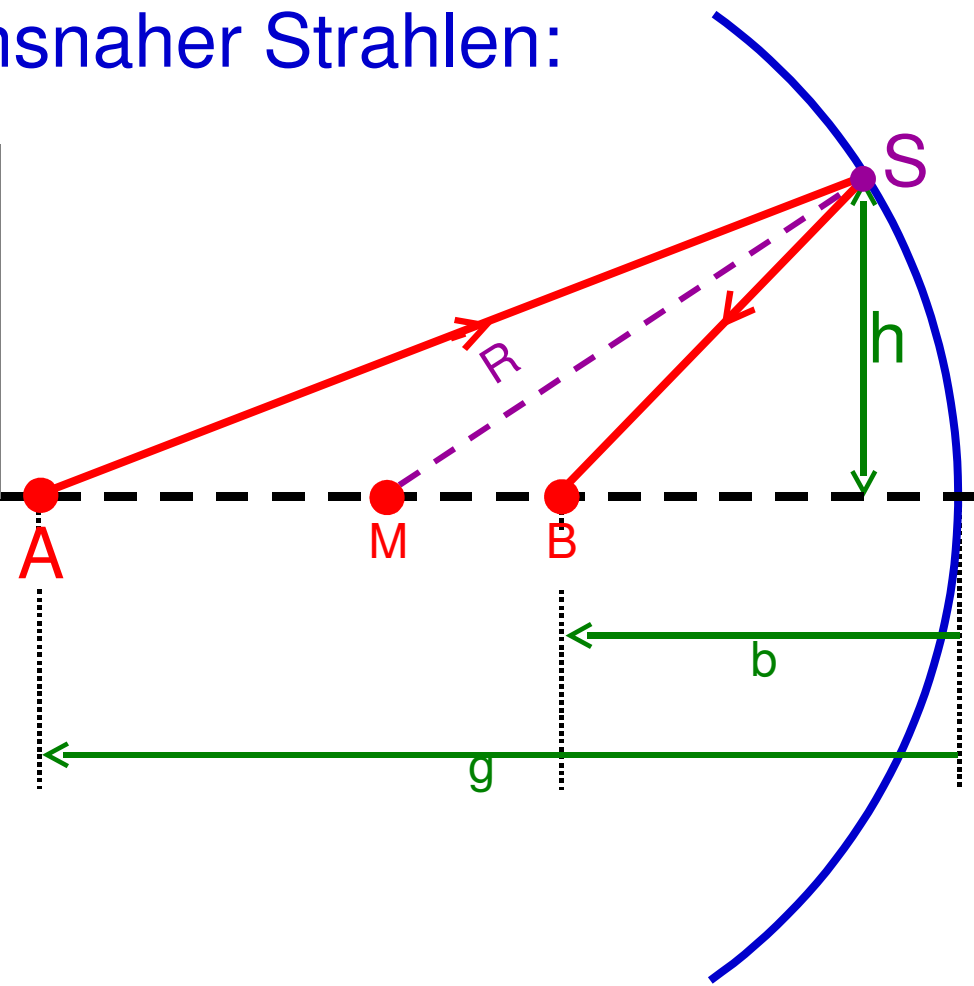
achsferne Strahlen:  $f = f(h) \Rightarrow$  **sphärische Aberration**

# a) Punkt-zu-Punkt-Abbildung achsnaher Strahlen:

Abbildungsgleichung

$$(N\ddot{a}herung): \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

gilt auch f\u00fcr Punkte  
jenseits (aber nahe) der  
optischen Achse



g: Gegenstandsweite

b: Bildweite

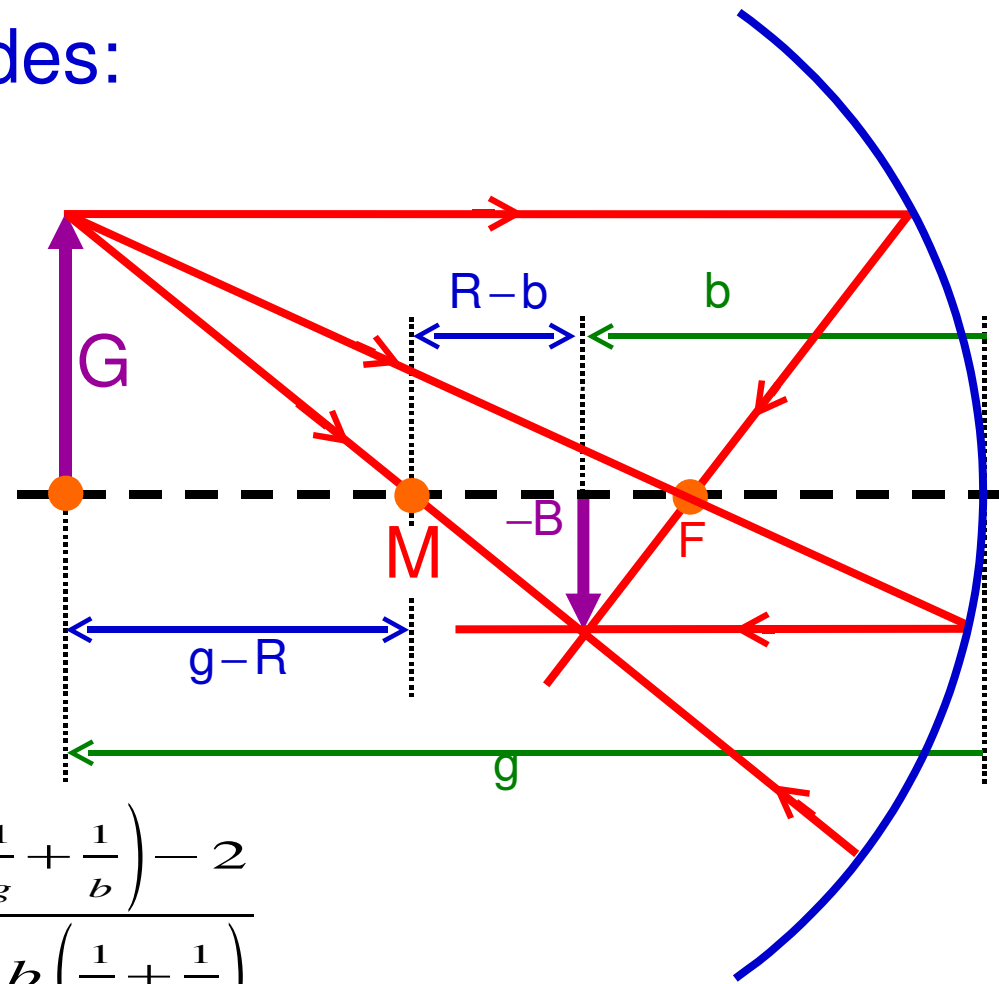
f: Brennweite

}  $\geq 0$  vor dem Spiegel  
}  $< 0$  hinter dem Spiegel

# a) Abbildung eines Gegenstandes:

geometrische Konstruktion:

- Parallelstrahl → Brennpunkt
- Mittelpunktstrahl → Selbstreflexion
- Brennpunktstrahl → Parallelstrahl



Strahlensatz ⇒

$$\begin{aligned} \frac{G}{-B} &= \frac{g-R}{R-b} = \frac{g-2f}{2f-b} = \frac{\frac{g}{f}-2}{2-\frac{b}{f}} = \frac{g\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{b}\right)-2}{2-b\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{b}\right)} \\ &= \frac{\frac{g}{b}-1}{1-\frac{b}{g}} = \frac{g^2-gb}{gb-b^2} = \frac{g(g-b)}{b(g-b)} = \frac{g}{b} \end{aligned}$$

Abbildungsmaßstab:  $\frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

$g > R = 2f$ :

{	reell	( $f < b < R = 2f$ )
	invertiert	( $B/G < 0$ )
	verkleinert	( $ B/G  < 1$ )