

- Nachklausur:

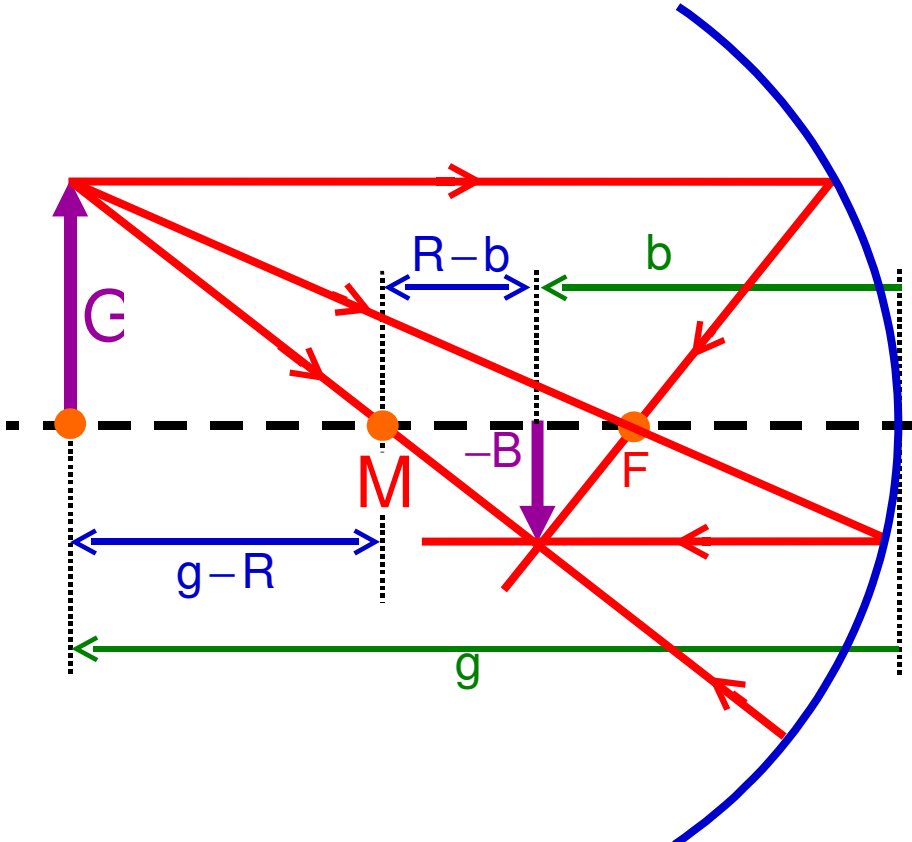
Donnerstag, 2.10.2008, 11:00 – 13:00  
Newtonstr. 14, 0'05 und 0'06

- Vorlesung am 11.7.08:

Vertretung durch Herrn Kowalski

- 18.7.07: Übung statt Vorlesung  
Gerthsenhōrsaal

# Reelle und virtuelle Bilder des Hohlspiegels (achsnahe Strahlen):



1)  $g > R = 2f$ :

Bild {  
 reell ( $f < b < R = 2f$ )  
 invertiert ( $B/G < 0$ )  
 verkleinert ( $|B/G| < 1$ )

2)  $R \geq g \geq f$ :

Bild {  
 reell ( $b > R = 2f$ )  
 invertiert ( $B/G < 0$ )  
 vergrößert ( $|B/G| \geq 1$ )

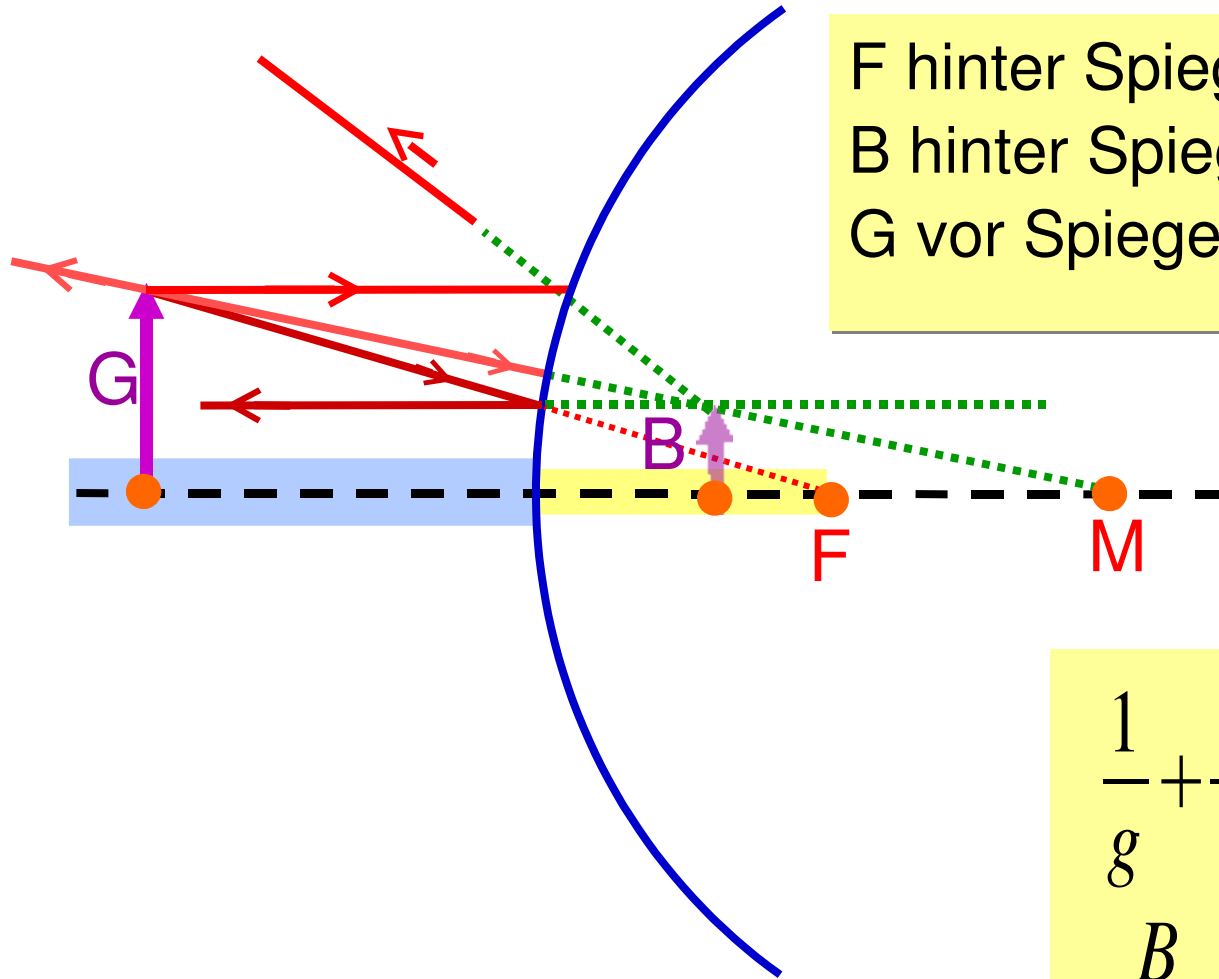
Strahlengang von Fall 1) invertiert

3)  $f > g \geq 0$ :

Bild {  
 virtuell ( $b < 0$ )  
 aufrecht ( $B/G > 0$ )  
 vergrößert ( $|B/G| \geq 1$ )

# Umkehrung des Strahlengangs in 3) $\Rightarrow$ Konkavspiegel

4)  $g > 0$  :



F hinter Spiegel  $\Rightarrow f < 0$   
 B hinter Spiegel  $\Rightarrow b < 0$   
 G vor Spiegel  $\Rightarrow g > 0$

Bild  $\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{ll} \text{virtuell} & (f < b < 0) \\ \text{aufrecht} & (B/G > 0) \\ \text{verkleinert} & (|B/G| < 1) \end{array} \right.$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

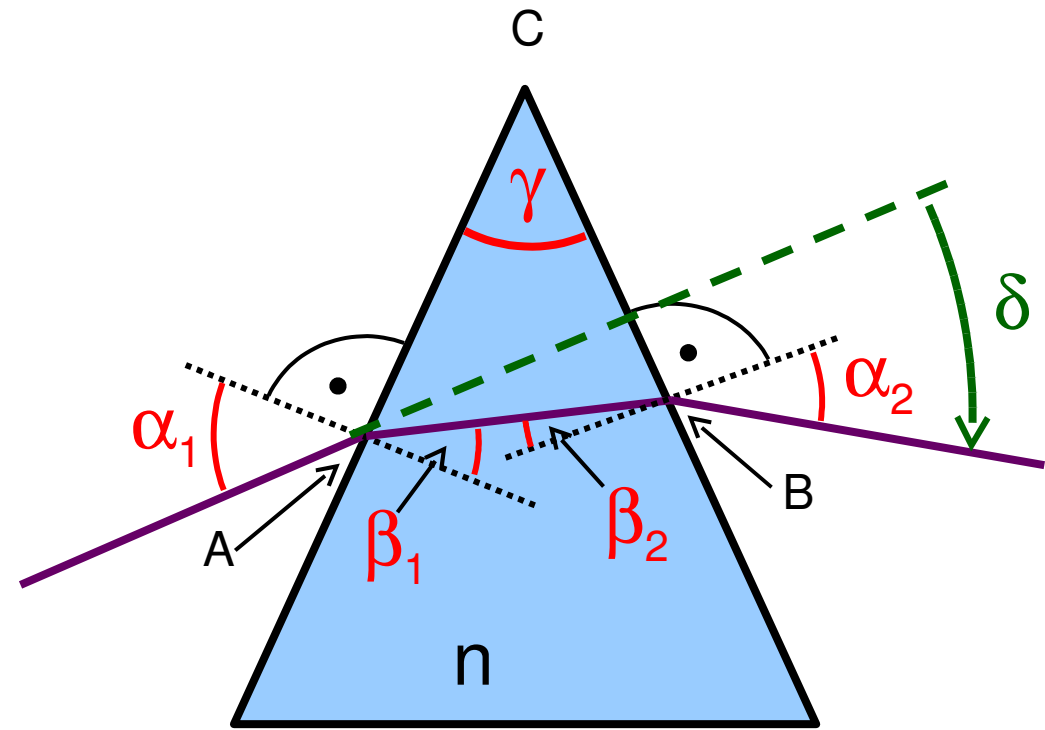
universell mit obiger  
Vorzeichenkonvention

## 3.4.2. Prismen

- Strahlablendung
- Farbaufspaltung durch Dispersion ( Spektrographie )

Ablenkwinkel  $\delta$ :

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$$



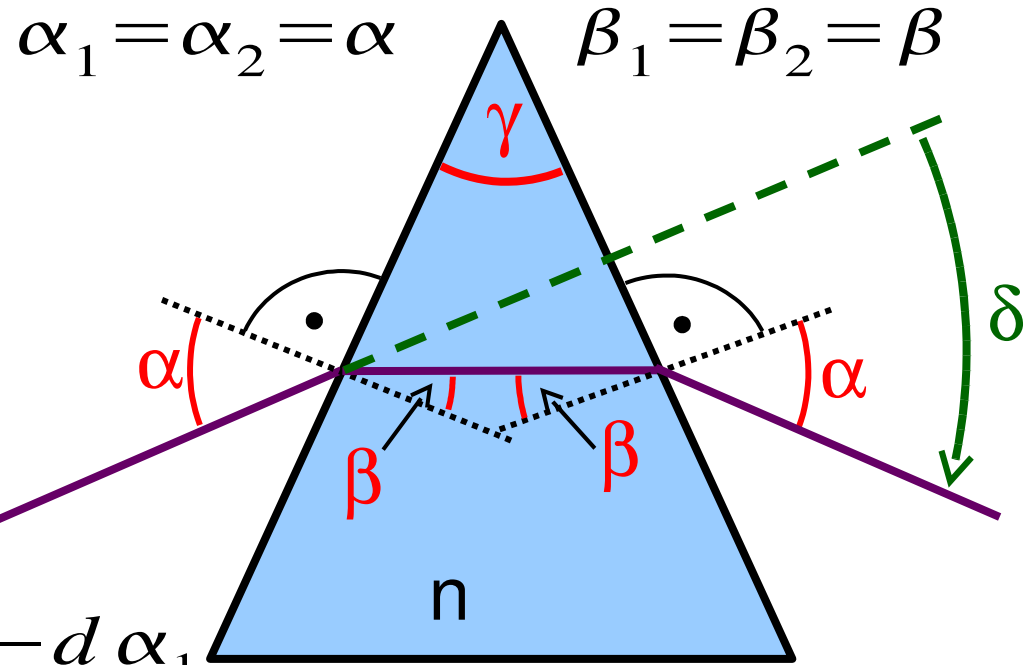
$$\begin{aligned} \Delta(A,B,C): \gamma + 90^\circ - \beta_1 + 90^\circ - \beta_2 &= 180^\circ \\ \Rightarrow \gamma &= \beta_1 + \beta_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$$

# Spezialfall: Symmetrischer Strahlengang = Minimale Ablenkung

Snellius  $\sin \alpha_i = n \sin \beta_i$

$$\Rightarrow \cos \alpha_i d \alpha_i = n \cdot \cos \beta_i d \beta_i$$



$$\frac{d \delta}{d \alpha_1} = 1 + \frac{d \alpha_2}{d \alpha_1} = 0 \Rightarrow d \alpha_2 = -d \alpha_1$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \gamma \Rightarrow d \beta_1 = -d \beta_2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \frac{d \alpha_1}{d \alpha_2} = -\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \Leftrightarrow \frac{1 - \sin^2 \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_2} = \frac{n^2 - \sin^2 \alpha_1}{n^2 - \sin^2 \alpha_2}$$

Für  $n \neq 1$  nur erfüllbar für  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \Rightarrow \delta_{min} = 2\alpha - \gamma$

# Farbaufspaltung (bei minimaler Ablenkung):

$$\sin \frac{\delta_{min} + \gamma}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2} \Rightarrow \frac{d n}{d \delta} = \frac{\cos \frac{\delta_{min} + \gamma}{2}}{2 \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 (\gamma/2)}}{2 \sin \frac{\gamma}{2}}$$

$$\frac{d \delta}{d \lambda} = \frac{d \delta}{d n} \frac{d n}{d \lambda} = \frac{2 \sin (\gamma/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 (\gamma/2)}} \frac{d n}{d \lambda}$$

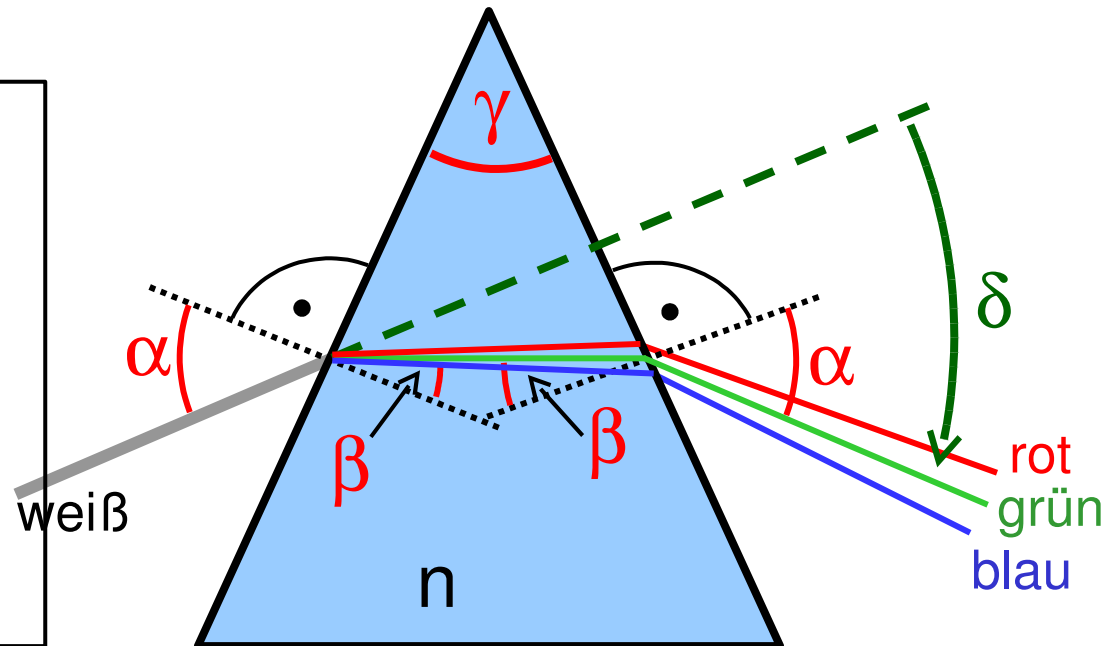
aus mikroskopischen Modellen  
(klassisch bzw.  
quantenmechanisch)

Normale Dispersion:  
(durchsichtige Medien,  
fern von Absorption)

$$\frac{d n}{d \lambda} < 0$$

(sonst: anomale Dispersion)

also:  $\lambda \uparrow \Rightarrow \delta \downarrow$

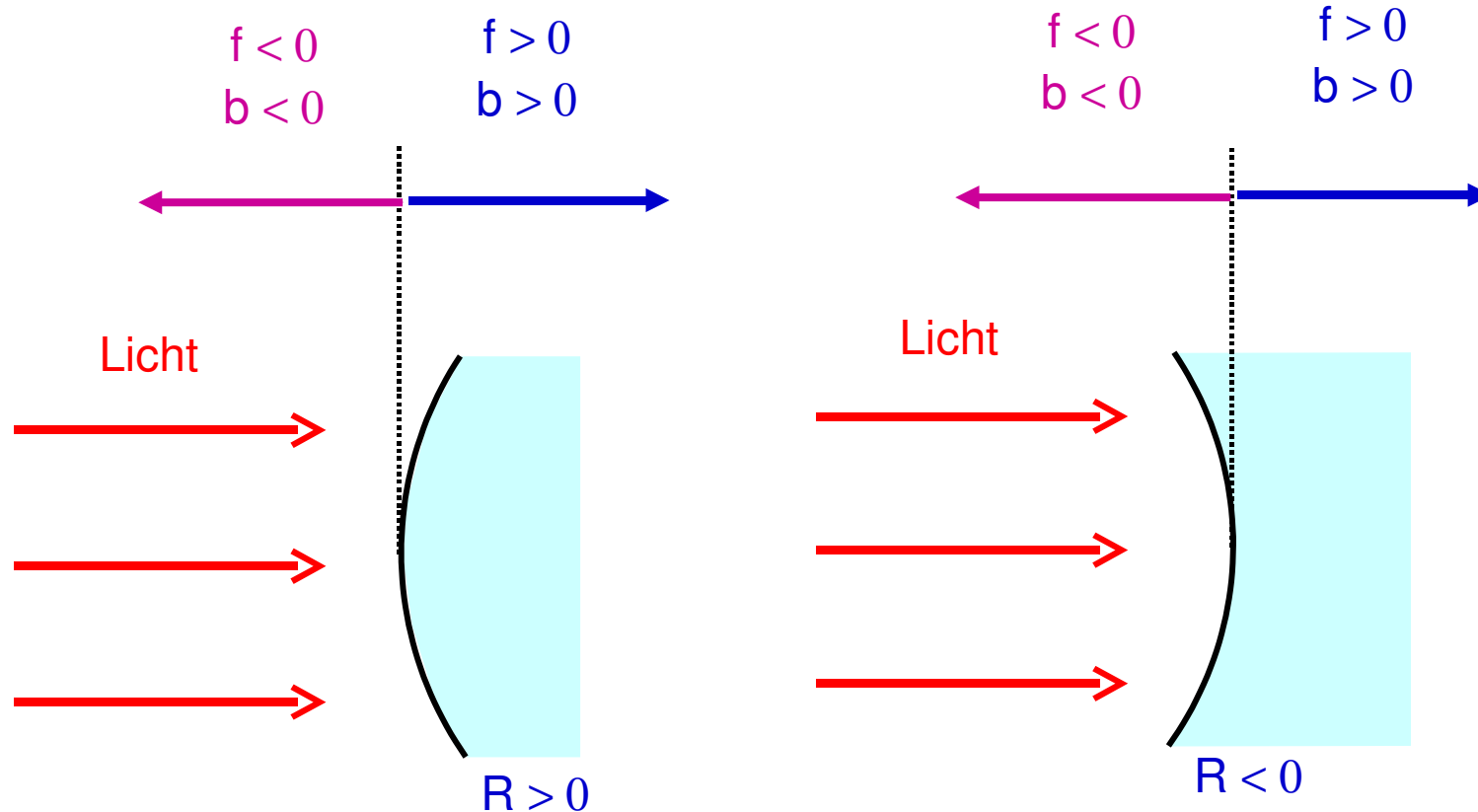


## 3.4.3. Linsen

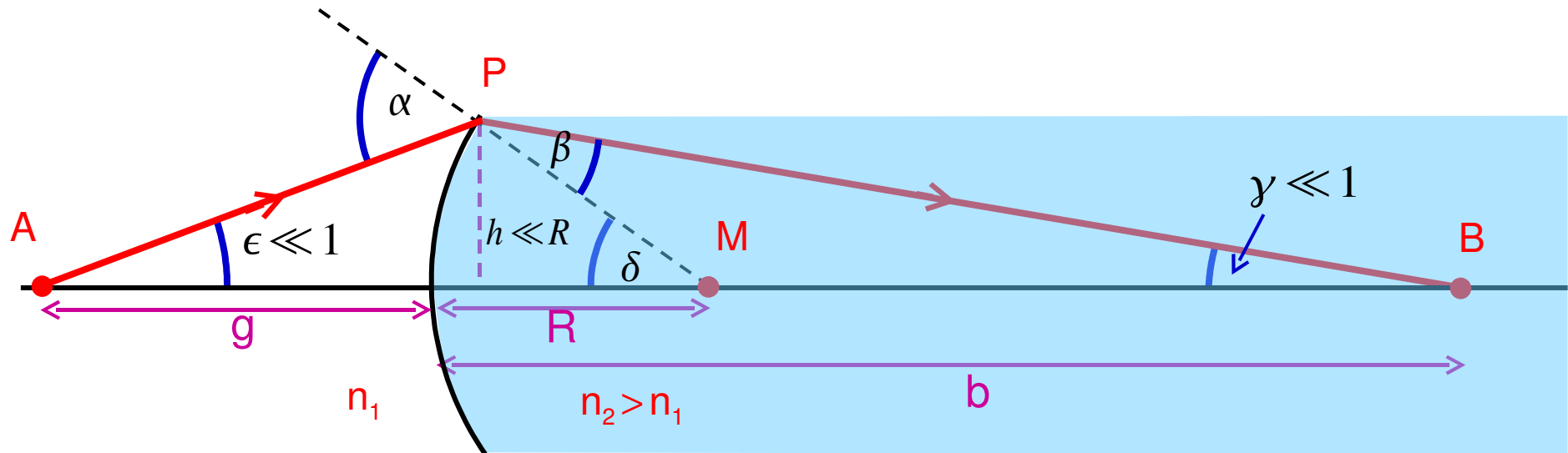
### 3.4.3.1. Brechung an sphärischen Flächen

sphärische Fläche = Grundelement der sphärischen Linse

Vorzeichenkonvention:



# Abbildungsgleichung für achsnahe Strahlen:



(Analog:  $n_2 < n_1 \Rightarrow$  divergierende Strahlen  $\Rightarrow$  virtuelles Bild)

Rechnung bis  $O(h)$ :

Außenwinkel  $\triangle(APM)$   $\alpha = \delta + \epsilon$

Außenwinkel  $\triangle(BPM)$   $\beta = \delta - \gamma$

Snellius  $n_1 \cdot (\delta + \epsilon) \approx n_2 \cdot (\delta - \gamma)$

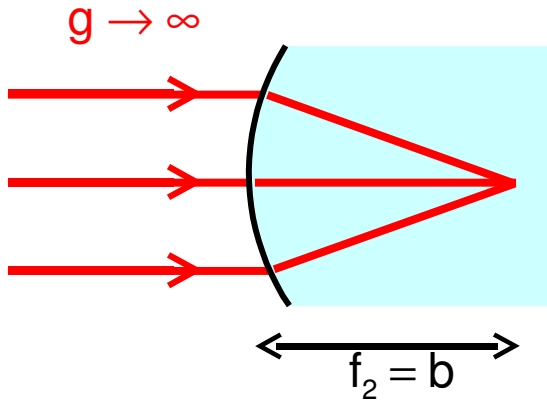
$$\epsilon \approx \frac{h}{g}, \quad \gamma \approx \frac{h}{b}, \quad \delta \approx \frac{h}{R} \Rightarrow n_1 \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{R} \right) \approx n_2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} \approx \frac{n_2 - n_1}{R}$$



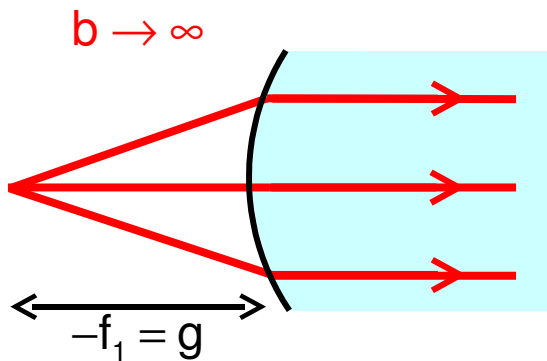
# Brennweiten:

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$



$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow$$

$$f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$



$$\frac{n_1}{-f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow$$

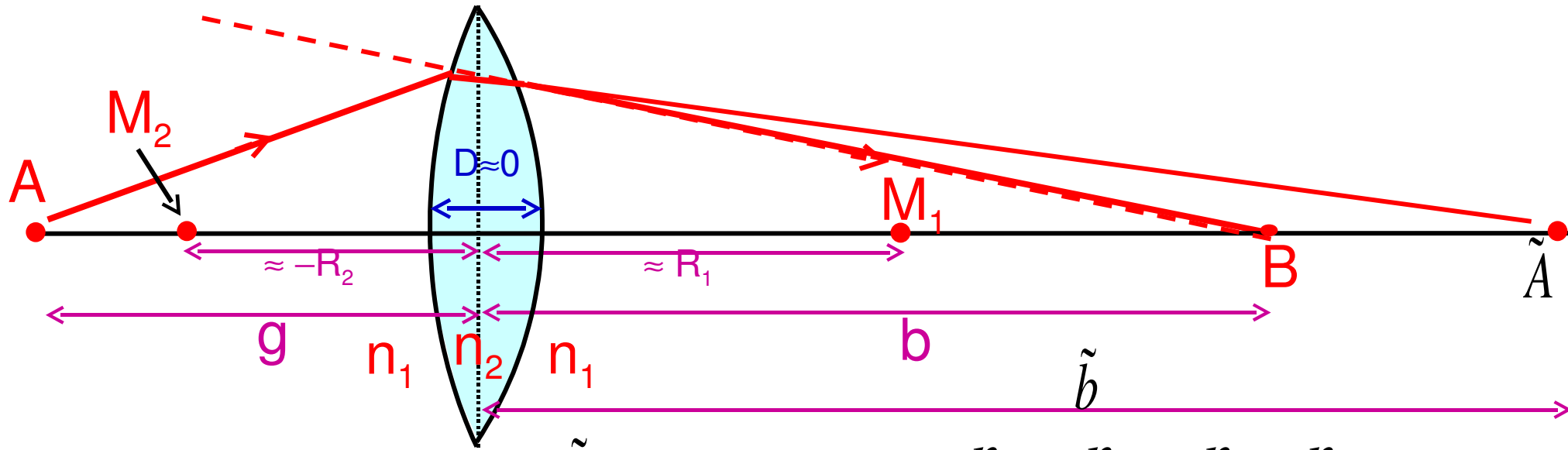
$$f_1 = \frac{-n_1}{n_2 - n_1} R$$

⇒ äquivalente Formulierung der Abbildungsgleichung:

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2}{f_2} = -\frac{n_1}{f_1}$$

### 3.4.3.2. Dünne Linsen

Dünne Linse = 2 sphärische Grenzflächen; Dicke  $D \ll$  Brennweiten



A (g) → linke Fläche ( $R_1$ ) →  $\tilde{A}$  ( $\tilde{b}$ ):

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{\tilde{b}} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

$\tilde{A}$  ( $-\tilde{b}$ ) → rechte Fläche ( $R_2$ ) → B (b):

$$\frac{n_1}{b} + \frac{n_2}{-\tilde{b}} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{mit} \quad f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_1}{b} = (n_2 - n_1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

# Abbildungsgleichung

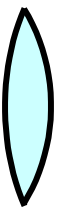

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{mit} \quad f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Interpretation von  $f$ :  $\left. \begin{array}{l} g \rightarrow \infty \Rightarrow f = b \\ b \rightarrow \infty \Rightarrow f = g \end{array} \right\} f = (\text{beidseitige}) \text{ Brennweite}$

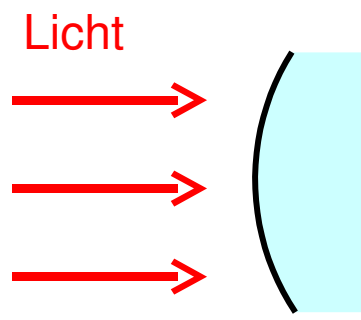
$\left. \begin{array}{l} \text{Linsenumkehr} \\ \text{Lichtumkehr} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} R_1 \rightarrow -R_2 \\ R_2 \rightarrow -R_1 \end{array} \right\} f \text{ invariant} \Rightarrow f = \text{Linsen-Eigenschaft}$

Definition: Die Größe  $1/f$  heißt Brechkraft.  $\left[ 1/f \right] = m^{-1} = \text{Dioptrie}$

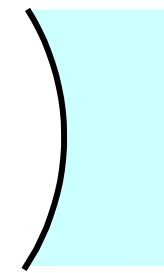
Beispiel:  $n_1 = 1 \quad n_2 = 1,5 \quad R_1 = 1 \text{ m} \quad R_2 = -1 \text{ m} \Rightarrow f = 1 \text{ m}$

	$\left. \begin{array}{l} R_1 > 0 \\ R_2 < 0 \end{array} \right\}$	$1/f > 0$ <b>Sammellinse</b>		$\left. \begin{array}{l} R_1 < 0 \\ R_2 > 0 \end{array} \right\}$	$1/f < 0$ <b>Zerstreuungslinse</b>
---	---	---------------------------------	---	---	---------------------------------------

Typen von Grenzflächen:



konvex  
 $R > 0$



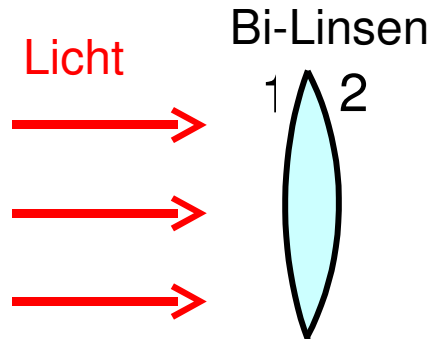
konkav  
 $R < 0$



plan  
 $R = \infty$

Linsentypen:

konvex  $f > 0$



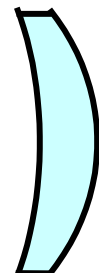
bikonvex  
 $R_1 > 0$   
 $R_2 < 0$

Plan-Linsen



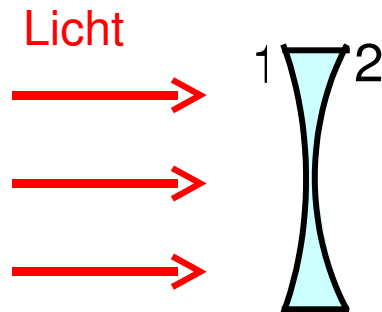
plankonvex  
 $R_1 = \infty$   
 $R_2 < 0$

Menisken-L.

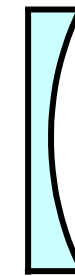


konkavkonvex  
 $R_1 < 0$   
 $R_2 < 0$

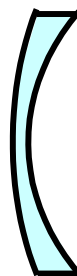
konkav  $f < 0$



bikonkav  
 $R_1 < 0$   
 $R_2 > 0$

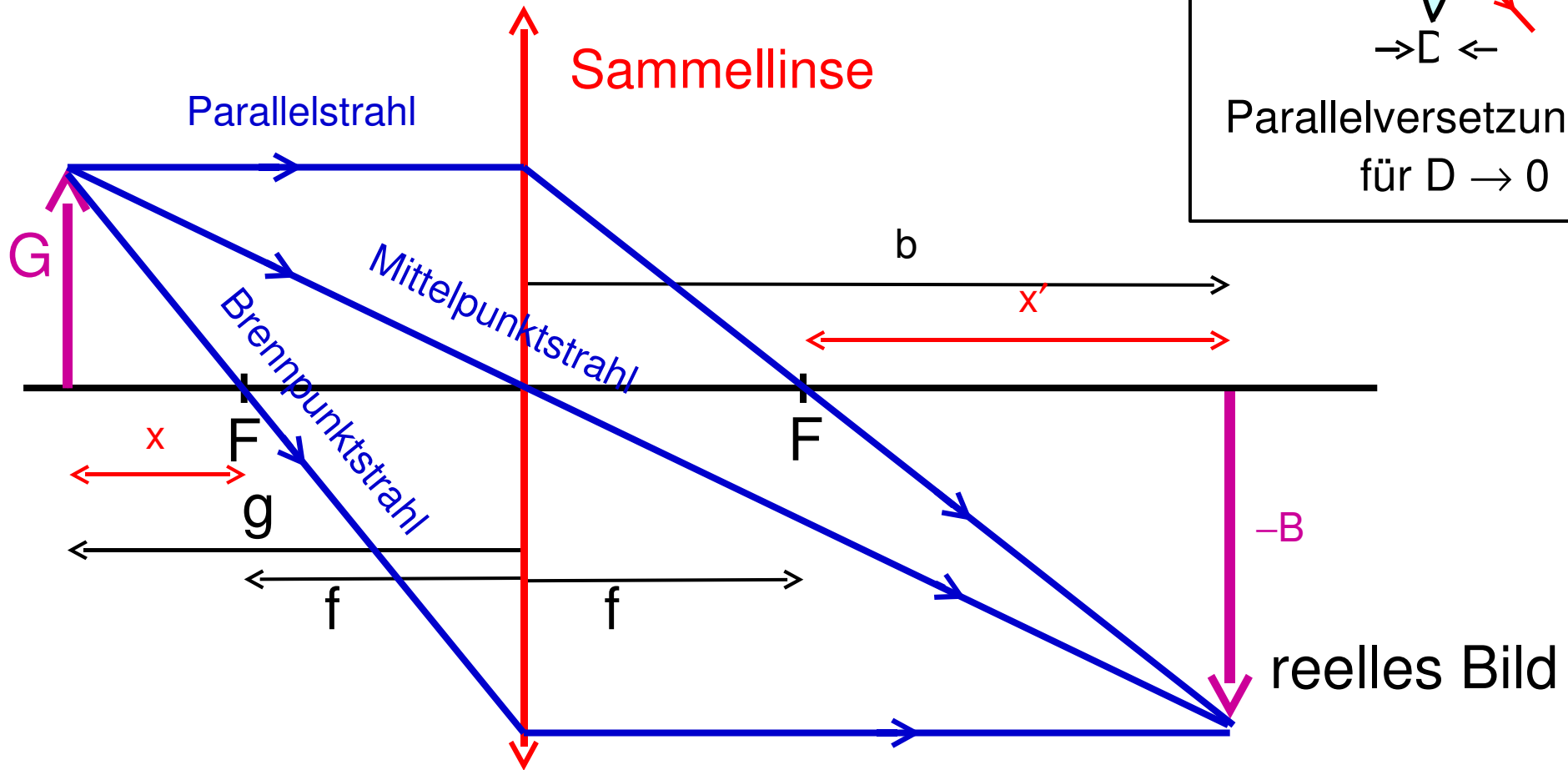


plankonkav  
 $R_1 = \infty$   
 $R_2 > 0$



konvexkonkav  
 $R_1 > 0$   
 $R_2 > 0$

### 3.4.3.3. Abbildung durch dünne Linsen



Strahlensatz  $\Rightarrow$  **Abbildungsmaßstab**

$$-\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f}$$

$\Rightarrow$  **Newtonsche Abbildungsgleichung**

$$x \cdot x' = f^2$$