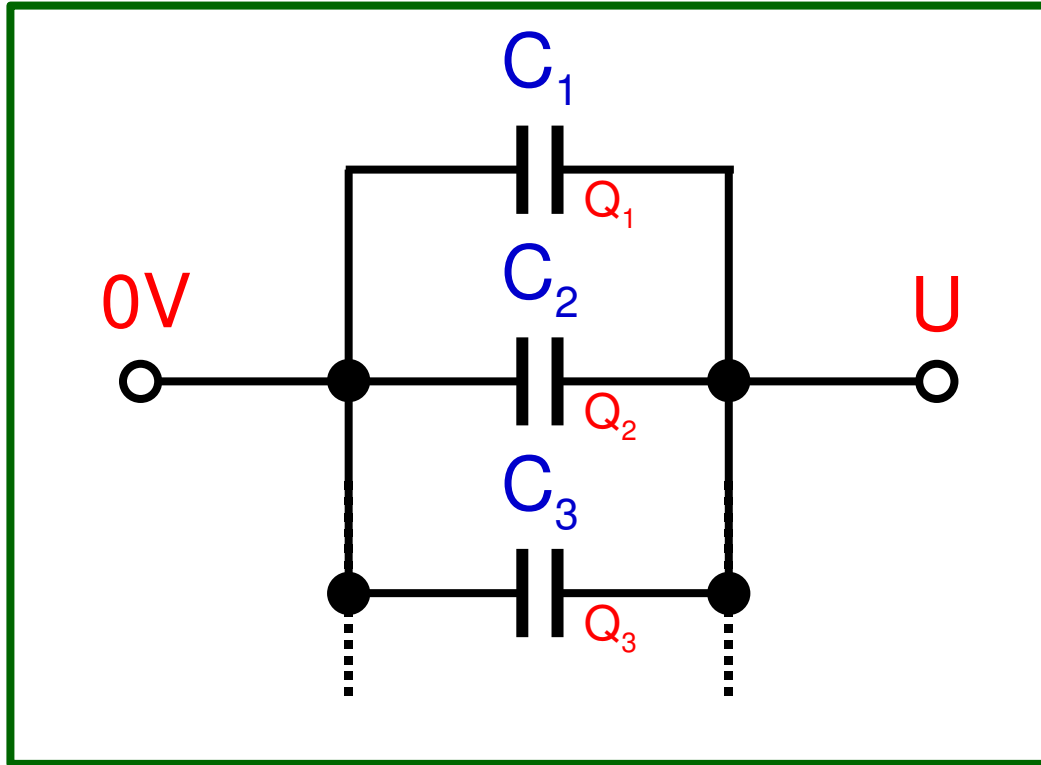


Parallelschaltung:



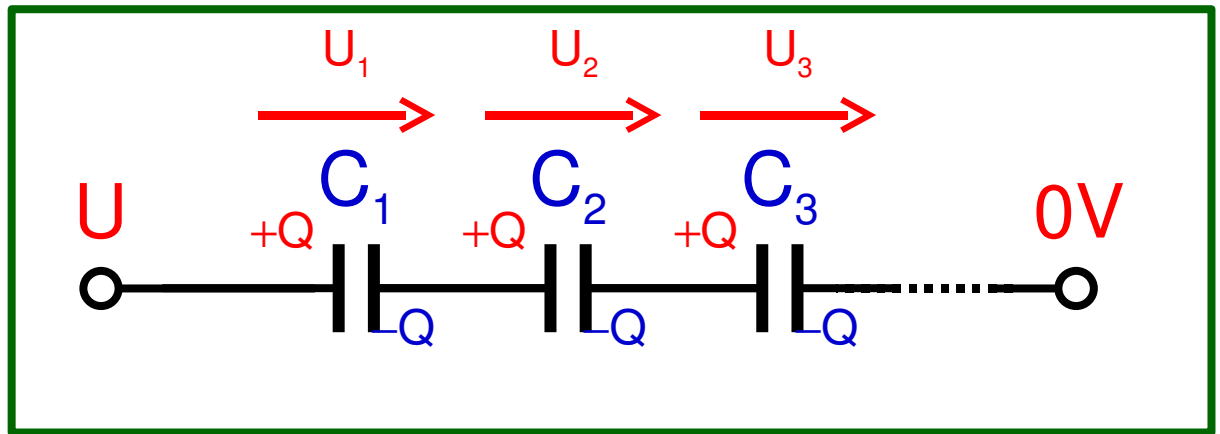
$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \frac{Q_3}{U} + \dots = \frac{Q_1}{U_1} + \frac{Q_2}{U_2} + \frac{Q_3}{U_3} + \dots$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Serienschaltung:



$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots \quad U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{Q} = \frac{U_1}{Q} + \frac{U_2}{Q} + \frac{U_3}{Q} + \dots = \frac{U_1}{Q_1} + \frac{U_2}{Q_2} + \frac{U_3}{Q_3} + \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

1.2.4. Energie des geladenen Kondensators

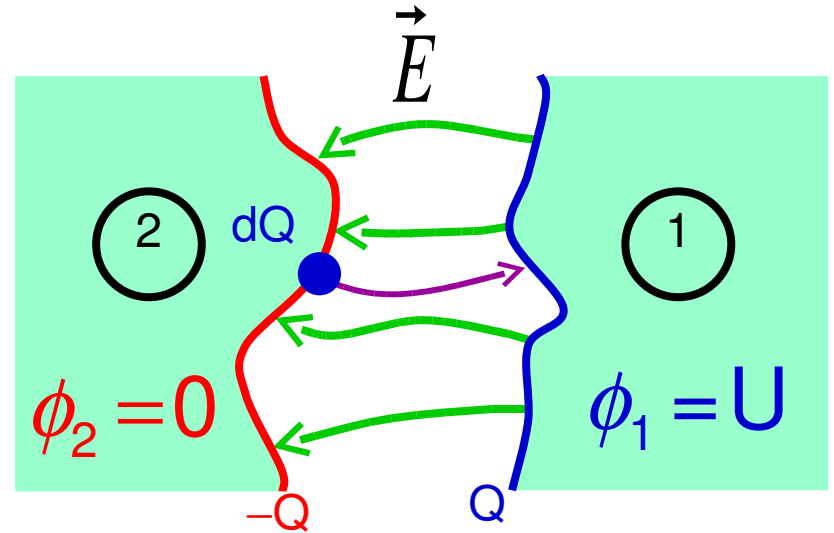
$$dW_{\text{el}} = - \int_2^1 \vec{F} d\vec{s} = -dQ \cdot \int_2^1 \vec{E} d\vec{s}$$
$$= -dQ (\phi_2 - \phi_1) = +U_{12} \cdot dQ = U \cdot C dU$$

$$W_{\text{el}} = C \cdot \int_0^U \tilde{U} d\tilde{U} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Plattenkondensator:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$U = Ed$$



$$\Rightarrow W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Ad$$

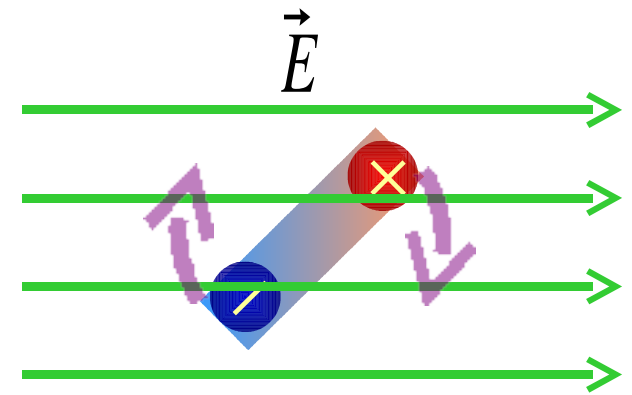
Energiedichte: $w_{\text{el}} = \frac{W_{\text{el}}}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

gilt auch
allgemein

1.3. Dielektrika

a) permanente molekulare Dipole

Ausrichtung \Rightarrow starkes Gegenfeld

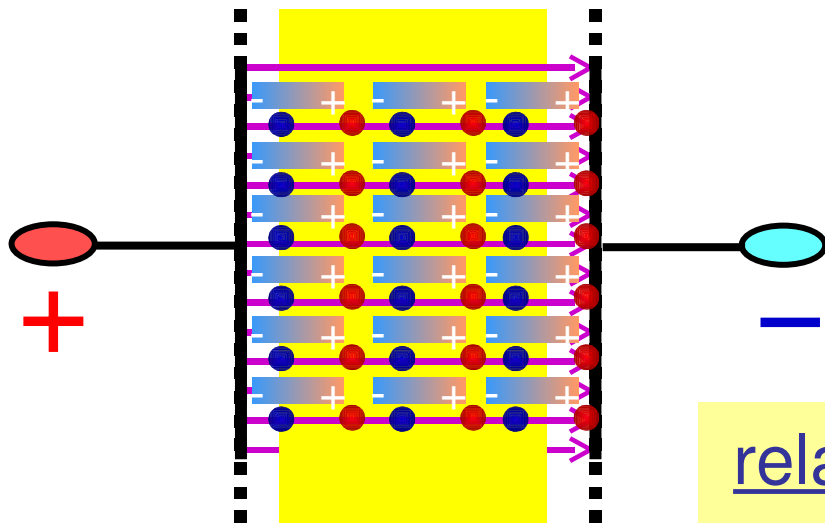
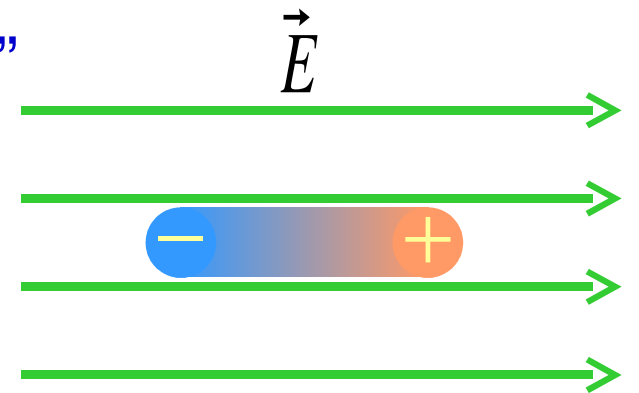


b) induzierte molekulare Dipole: „Polarisation“

\oplus Atomkerne

\ominus Elektronenwolke der Atomhüllen

Polarisation \Rightarrow Gegenfeld, oft $\propto E$

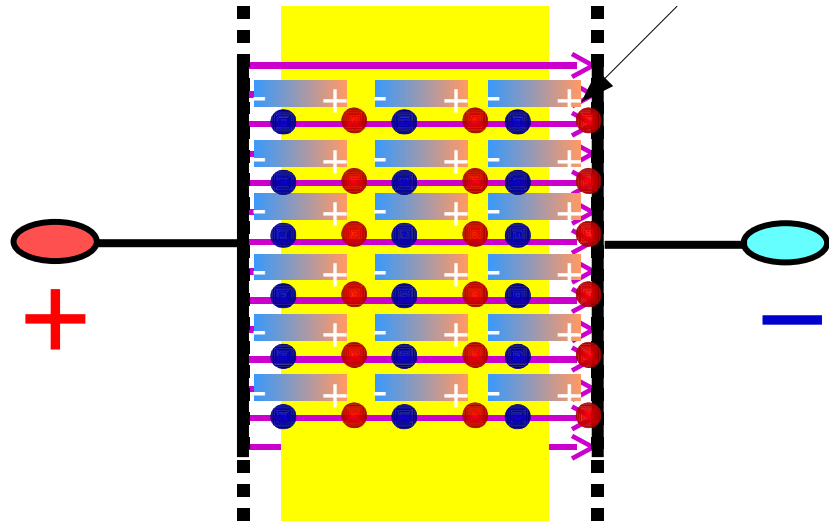


$$\vec{E}_{\text{Gegenfeld}} \leftarrow \vec{E}_{\text{vak}} \rightarrow$$
$$\vec{E}_{\text{Med}} = \frac{\vec{E}_{\text{vak}}}{\epsilon}$$

relative Dielektrizitätskonstante: $\epsilon \equiv \epsilon_r > 1$

Polarisation: $\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_V \vec{p}_i$ Plattenkondensator \rightarrow $P = \frac{N}{V} q \cdot d$

$$Q_{pol} \Rightarrow \sigma_{pol} = \frac{Q_{pol}}{A} = \frac{N q d A}{V A} = P$$



$$\vec{E}_{med} = \frac{\sigma - \sigma_{pol}}{\epsilon_0} = \vec{E}_{vak} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

dielektrische Suszeptibilität

$$\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E}_{med} \Rightarrow \vec{P} = \frac{N}{V} \cdot \alpha \cdot \vec{E}_{med} \equiv \chi_e \cdot (\epsilon_0 \vec{E}_{med})$$

$$\Rightarrow \epsilon = 1 + \chi_e = 1 + \frac{N}{V} \frac{\alpha}{\epsilon_0}$$

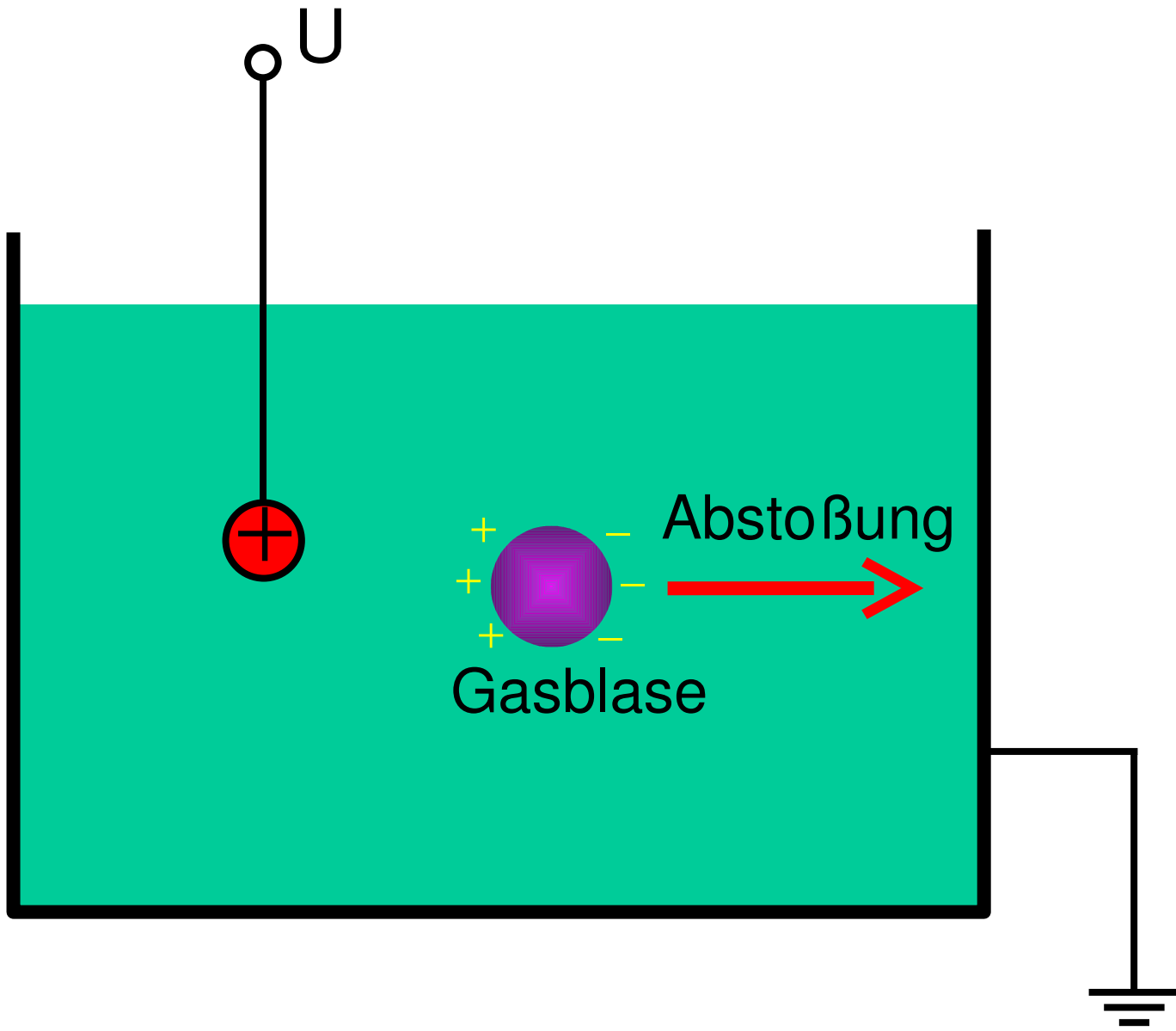
Def.: Dielektrische Verschiebung

Folgerung:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_{med} + \vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_{med}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{Feldgleichung})$$

Beispiel: Abstoßung von Gasblasen in Öl



Beispiel: Kondensator mit Dielektrikum

$$Q = C \cdot U \quad \text{mit} \quad C = \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d} \propto \epsilon$$

$$Q \text{ fest} \Rightarrow U \propto \frac{1}{\epsilon}$$

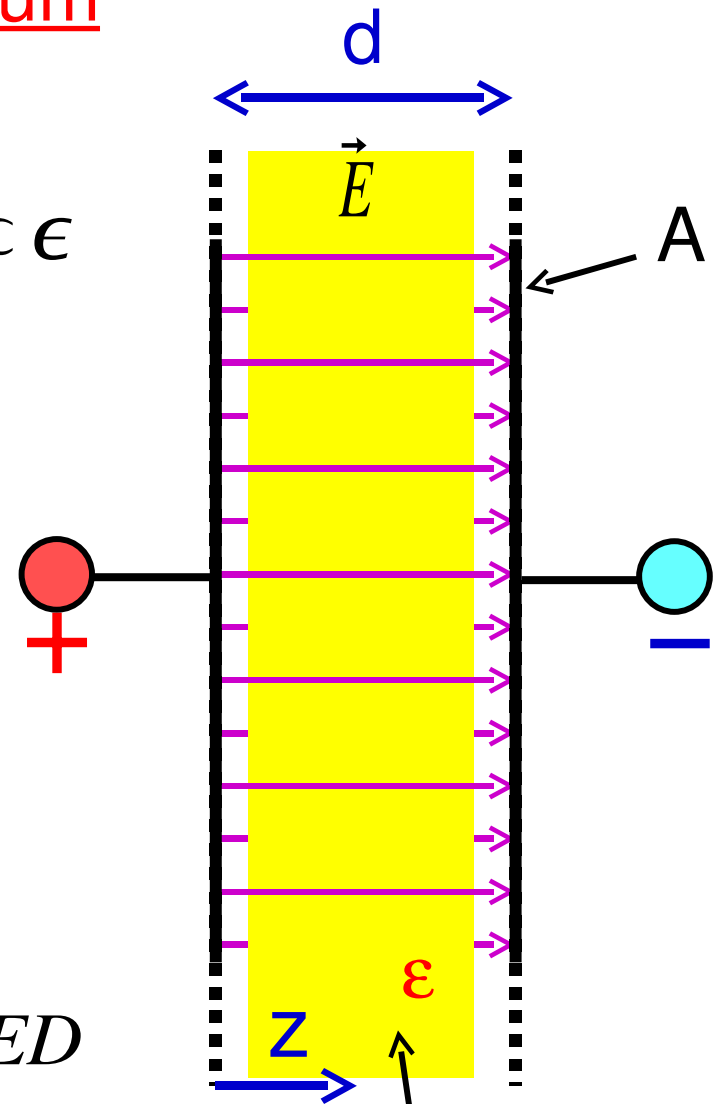
$$U \text{ fest} \Rightarrow Q \propto \epsilon$$

Feldenergie:

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d} (E d)^2 = \frac{1}{2} V E D$$

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

(gilt auch allgemein)



Dielektrikum
(Isolator, große
Polarisierbarkeit)

Kraft auf ein Dielektrikum:

Steigen der Flüssigkeitssäule



Feld: $W_E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

Batterie: $W_{el} = Q \cdot U = C \cdot U^2$

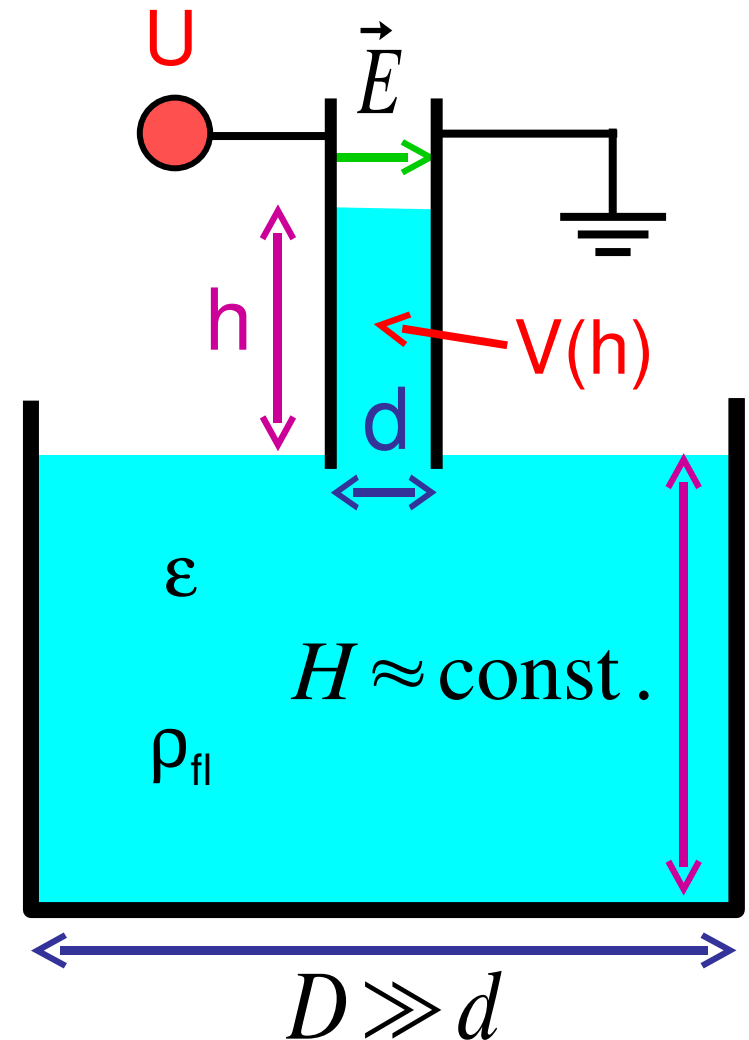
mech. Arbeit: $W_{mech} = \rho_{fl} \cdot V(h) \cdot g \cdot \frac{1}{2} h$

$$W_{el} = W_E + W_{mech}$$



$$\frac{1}{2} \rho_{fl} g h V(h) = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon - 1) V(h) \frac{U^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon - 1) V(h) E^2$$

$$h = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1)}{\rho_{fl} g} \cdot E^2$$



1.4. Elektrischer Strom

1.4.1. Stromstärke

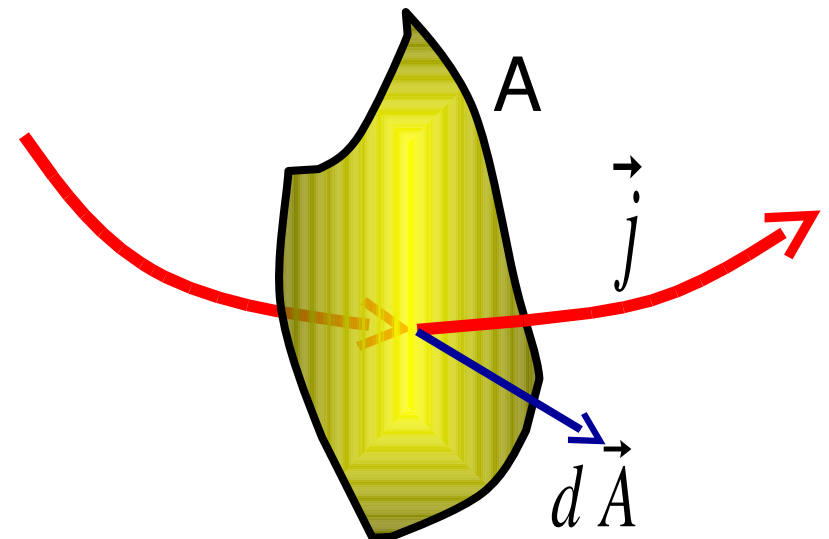
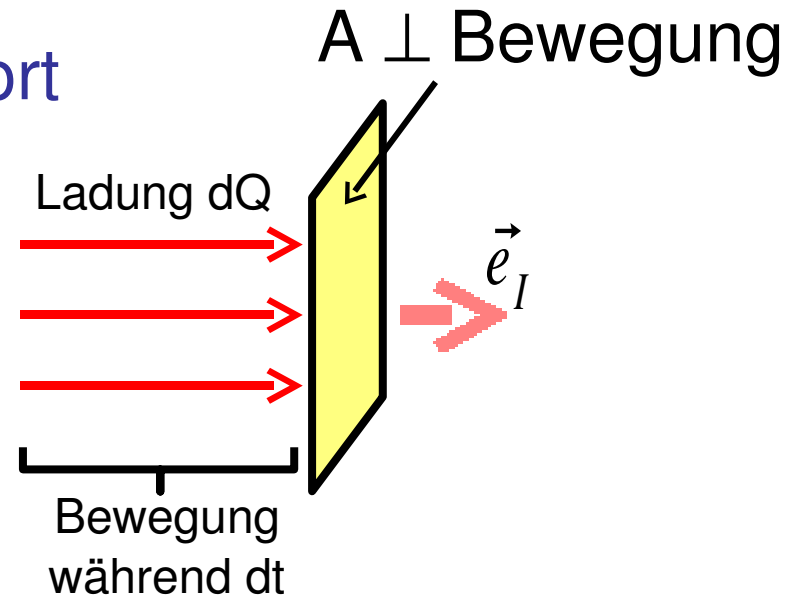
Elektrischer Strom = Ladungstransport

Stromstärke: $I = \frac{dQ}{dt}$

Stromdichte: $\vec{j} = \frac{dI}{dA} \cdot \vec{e}_I$

Stromstärke bzgl. A: $I = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$

$$[I] = A = Cs^{-1} \quad [j] = Am^{-2}$$



Leitungsmechanismen:

- Elektronische Leiter: **Metalle, Halbleiter**
hauptsächlich Elektronen
- Ionen-Leiter: **Elektrolyte, Isolatoren mit Fehlstellen**
hauptsächlich positive und negative Ionen
- Gemischte Leiter: **Plasmen**
Elektronen und Ionenrümpfe;
z.B. in Gasentladungen

Mikroskopische Theorie:

n^\pm : Anzahldichte positiver (negativer) Elementarladungen

\vec{v}^\pm : zugehörige Transportgeschwindigkeiten

$$\Rightarrow \vec{j} = en^+ \vec{v}^+ - en^- \vec{v}^-$$

1.4.2. Ohmsches Gesetz

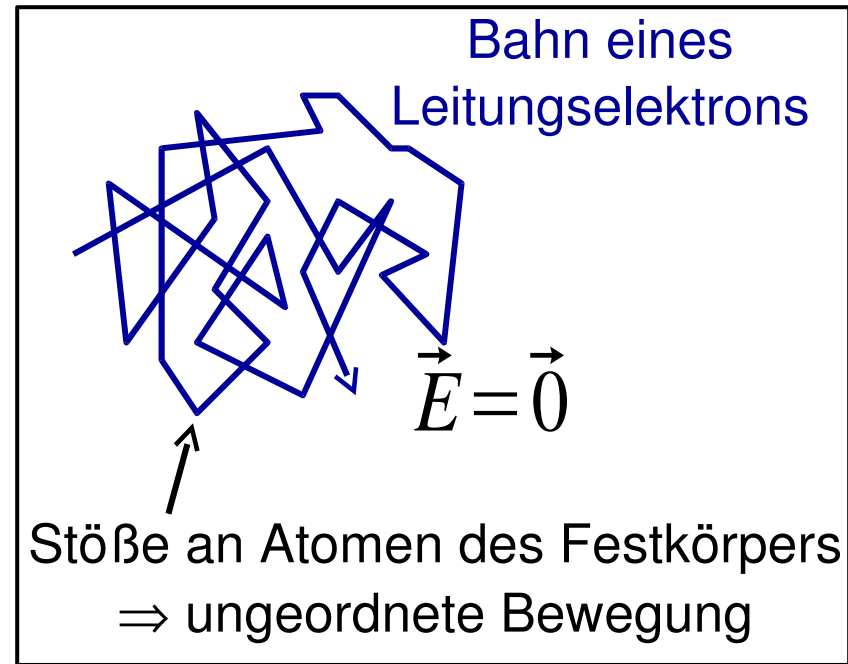
Betrachte elektronische Leiter

a) $\vec{E} = \vec{0}$

typische instantane Geschwindigkeit (T-abhängig):

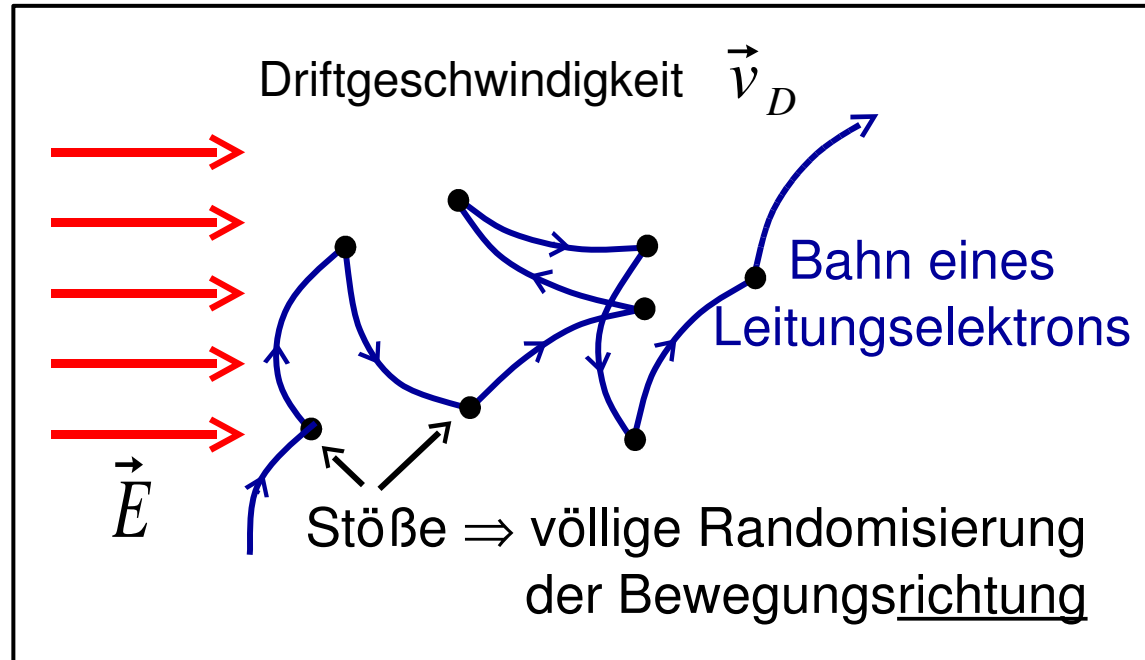
$$\langle |\vec{v}| \rangle \approx 10^6 \dots 10^7 \frac{m}{s}$$

aber $\langle \vec{v} \rangle = \vec{0}$, $\langle \vec{j} \rangle = \vec{0}$



b) $\vec{E} \neq \vec{0}$

Bsp.: Cu-Draht, $E = 100 \text{ V/m}$

$$\langle |\vec{v}| \rangle = 1,5 \cdot 10^6 \frac{m}{s}, \quad \langle |\vec{v}_D| \rangle \approx 0,5 \frac{m}{s}$$


Ohm'sches Gesetz

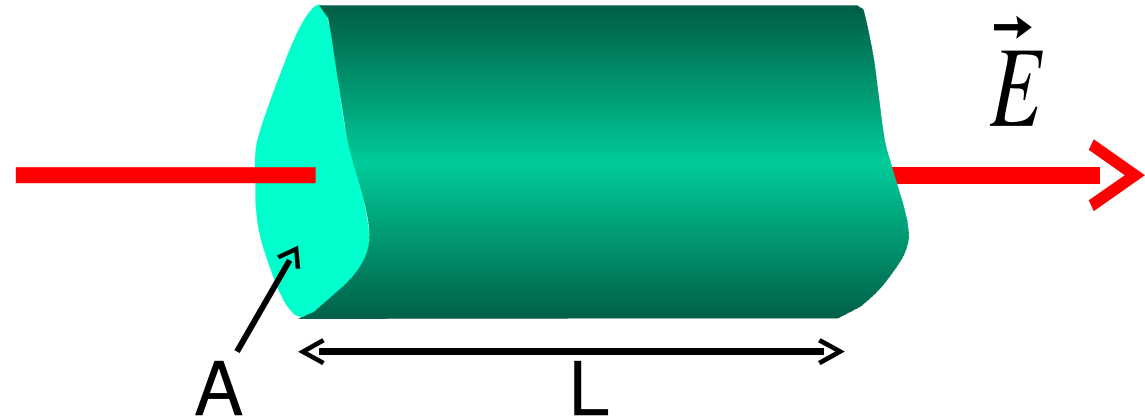
$$\vec{j} = nq \vec{v}_D = \sigma_{el} \cdot \vec{E}$$

Elektrische Leitfähigkeit

Spezialfall: homogener Leiter, konstanter Querschnitt

$$\vec{j} = \text{const.} \quad \text{über Querschnitt}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma_{\text{el}}} \quad \text{homogen}$$



$$U = E \cdot L$$

$$I = j \cdot A$$

$$j = \sigma_{\text{el}} \cdot E$$

$$[R] = VA^{-1} = \Omega = \text{Ohm}$$

$$[\rho_S] = \Omega m$$

Allgemeine Def.: $R = \frac{U}{I}$

$$\frac{U}{I} = \frac{L}{\sigma_{\text{el}} \cdot A} = R$$

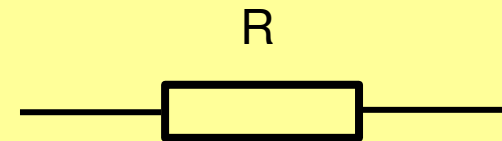
Ohmsches Gesetz

elektrischer Widerstand

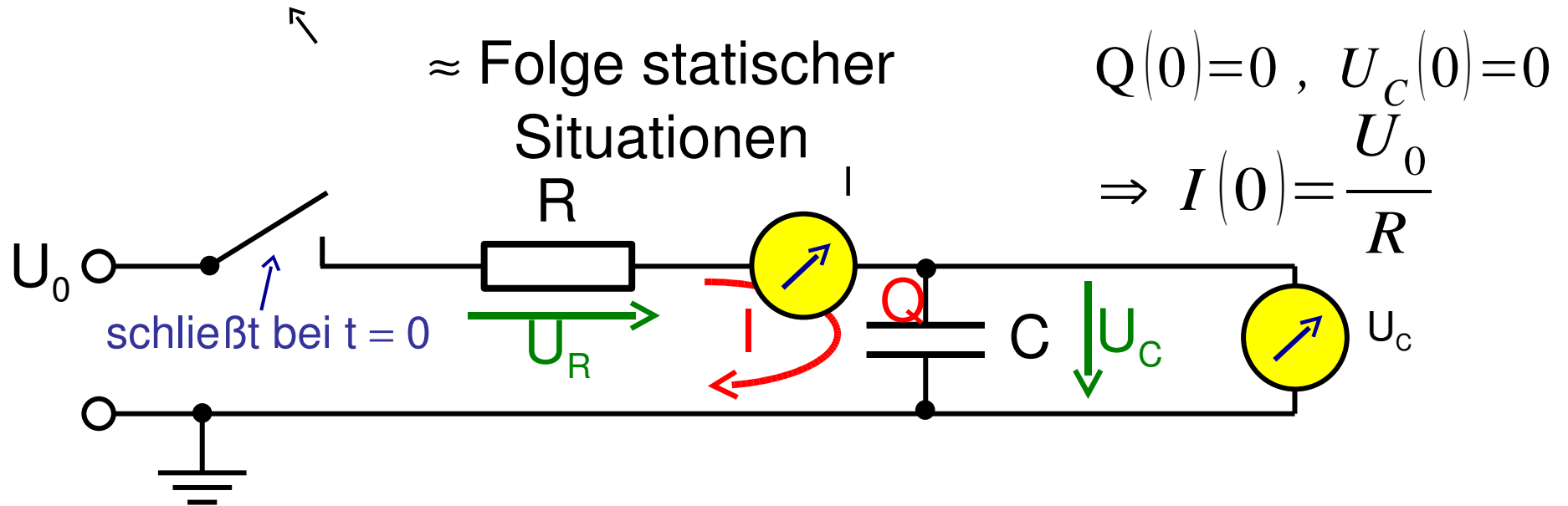
$$\rho_S = \frac{1}{\sigma_{\text{el}}}$$

spezifischer Widerstand
(Materialparameter)

Schaltzeichen



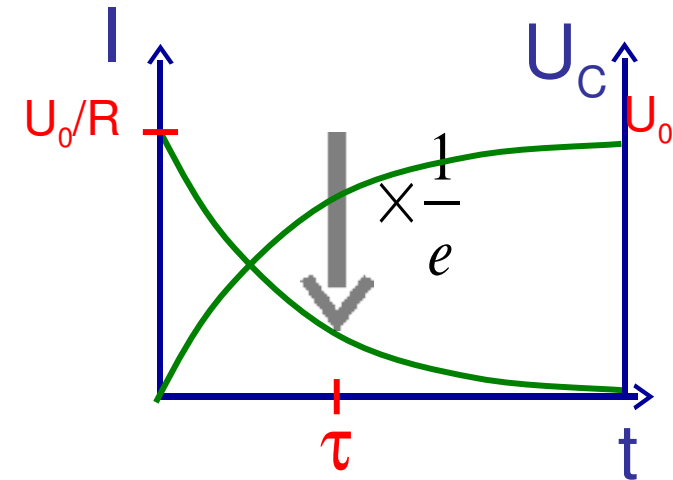
Beispiel: quasistatisches Auf-/Entladen eines Kondensators



$$U_0 = U_R + U_C = R I(t) + \frac{1}{C} Q(t)$$

$$0 = R \dot{I} + \frac{1}{C} \dot{Q} = R \dot{I} + \frac{1}{C} I \Rightarrow \dot{I} = -\frac{1}{RC} I$$

Lösung: $I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, \tau = RC$



$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t I(\tilde{t}) d\tilde{t} = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

1.4.3. Stromleistung und Joulsche Wärme

Arbeit des E-Feldes:

$$W = Q(\phi_1 - \phi_2) = QU$$

Elektrische Leistung:

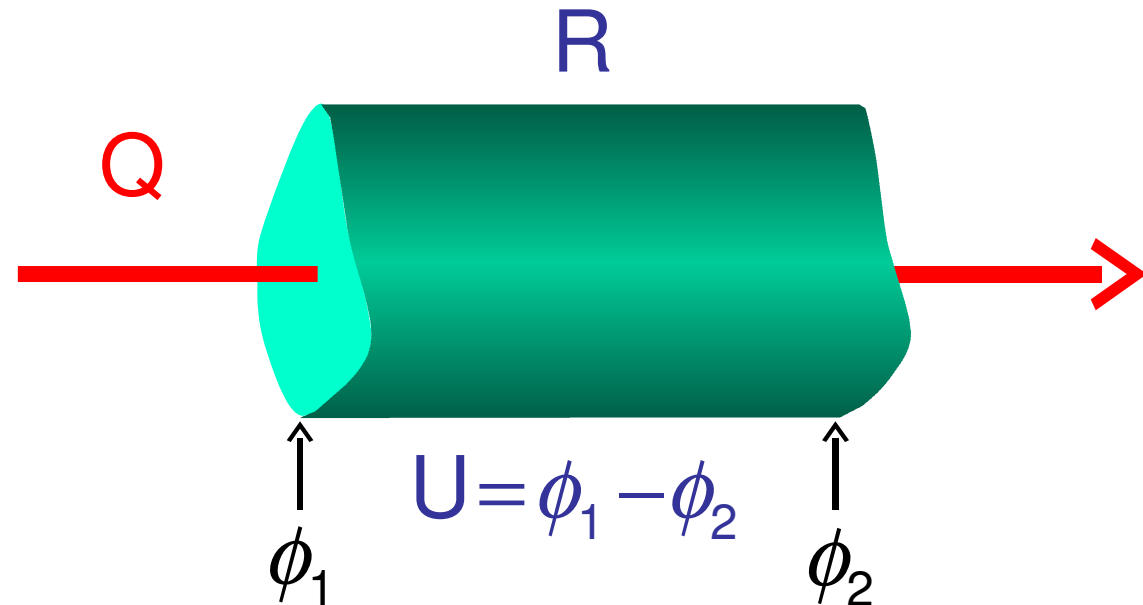
$$P = \frac{dW}{dt} = U \frac{dQ}{dt} = UI$$

\uparrow
 $U = \text{const.}$

Ohmsches Gesetz \Rightarrow

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$I = \text{const.} \Rightarrow P \propto R \quad , \quad U = \text{const.} \Rightarrow P \propto 1/R$$



Einheiten:

$$[P] = VA = W = \text{Watt}$$

$$[W] = Ws \quad , \quad 1Ws = 1J$$